

自己紹介

名前:大西 有希(おおにし ゆうき) 年齢:33歳 独身

所属:東京工業大学 情報環境学専攻(機械系)

天谷研 助教

略歴:

2005年 天谷研を卒業 & みずほ情報総研に入社

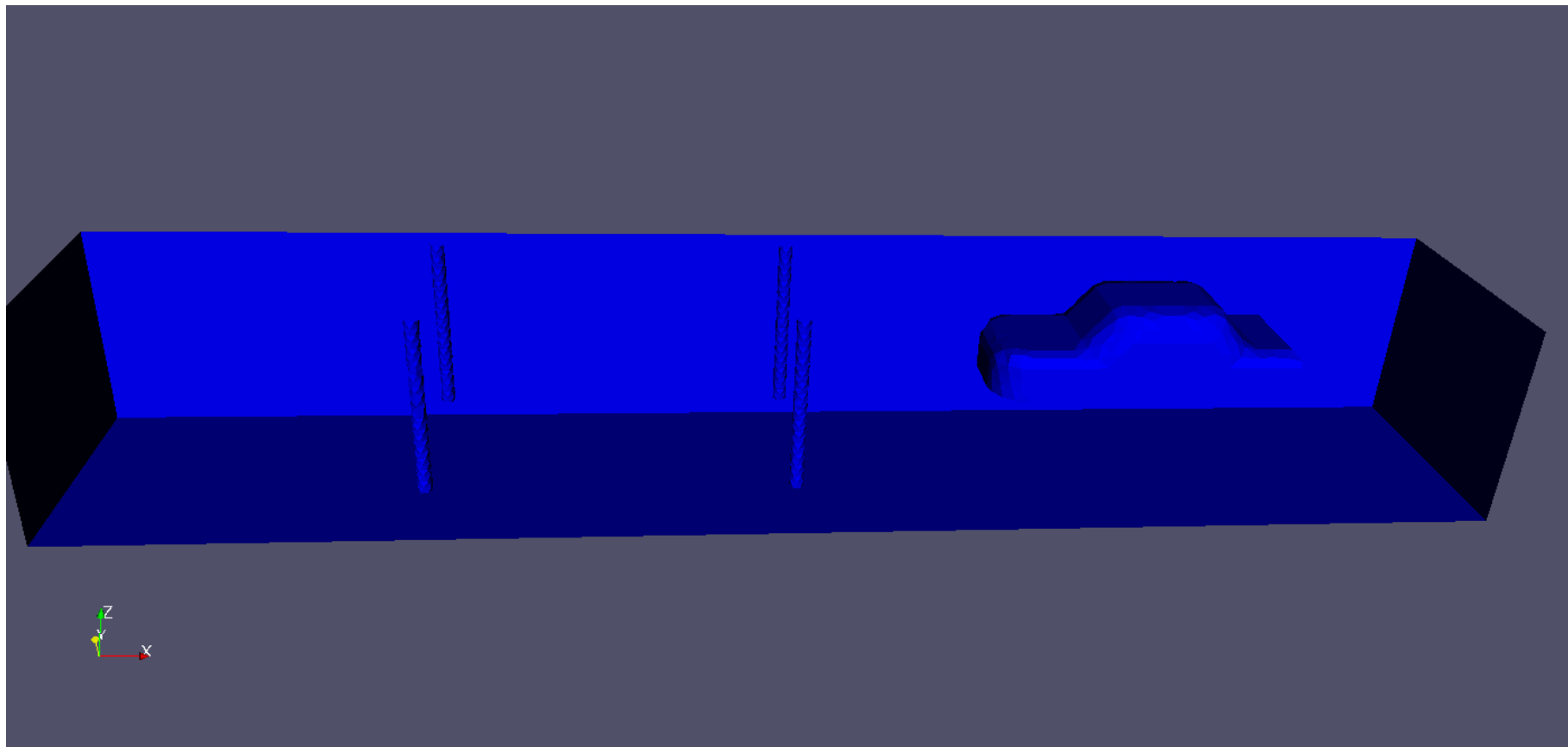
2009年 みずほを退職 & 天谷研助教に出戻り

研究テーマ:

- ・**固体力学**・流体力学の数値解析
- ・電気化学(めっき, 塗装, 腐食)の数値解析
- ・MRIの研究 ・その他諸々手広く



電着塗装の研究



- ・自動車の下塗り塗装ラインを対象
- ・塗膜がどの様に析出するかを解析
- ・電極の制御や電着穴の最適化

局部腐食解析の研究

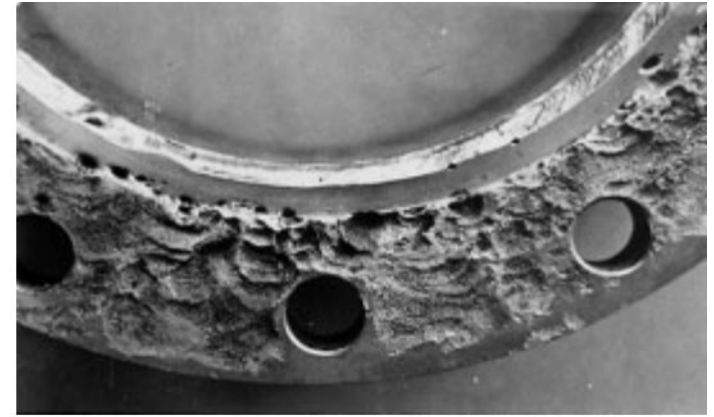
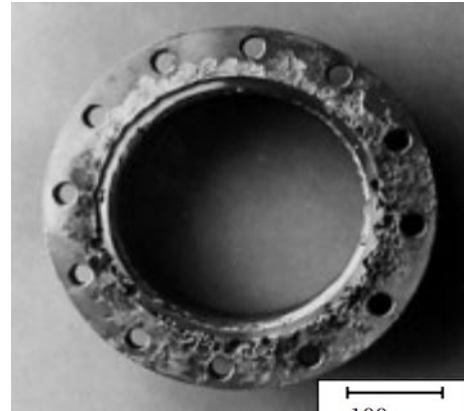
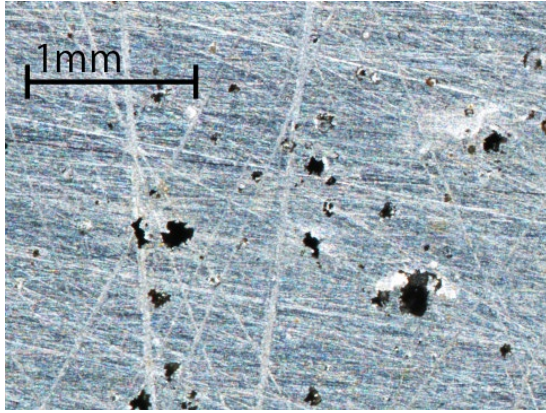
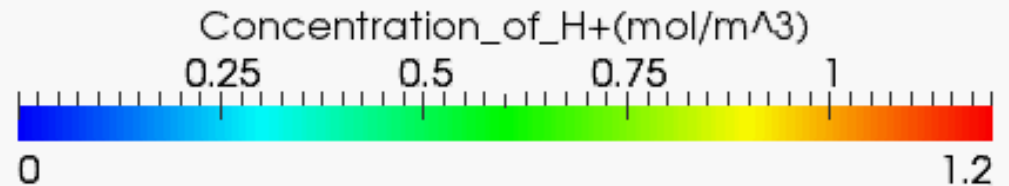


Fig. 孔食したステンレス鋼

Fig. フランジ部に発生したすきま腐食^[1]

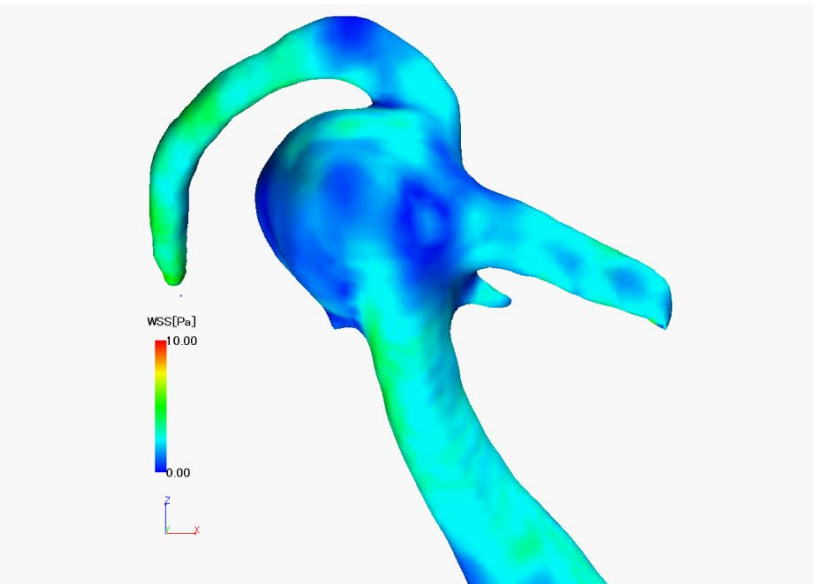
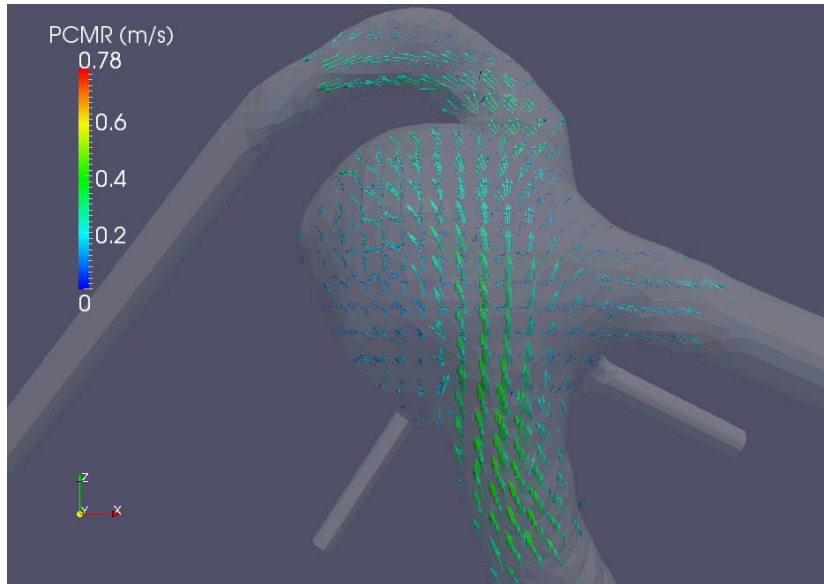


- 耐食合金に発生する局部腐食を対象
- 電場＋電気泳動＋物質拡散＋化学反応＋移動境界が解けるマルチフィジックスシミュレータを開発
- プラント等の重大事故防止や寿命予測に利用

PC-MRの研究



+CFD



- ヒトの脳動脈瘤を対象
- PC-MRによる血流速度および血管形状の測定+CFD解析により血管壁せん断応力を推定するシステムを開発
- 脳動脈瘤の破裂危険性を予測し医師の診断をサポート



宣伝

8/21(火) 18:55~19:55 Eテレ「すイエんサー」
東京大学からの挑戦状！最後の聖戦！！
鈴木(克)先生らに混じって何故か僕も出演予定



増分形釣合方程式を用いた 大変形有限要素解析における リゾーニング法の安定化

大西 有希, 天谷 賢治

東京工業大学

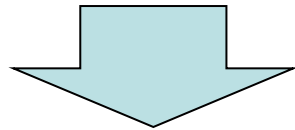
研究背景

- 柔らかい材料の静的超大変形問題を高精度かつ安定に解きたい。

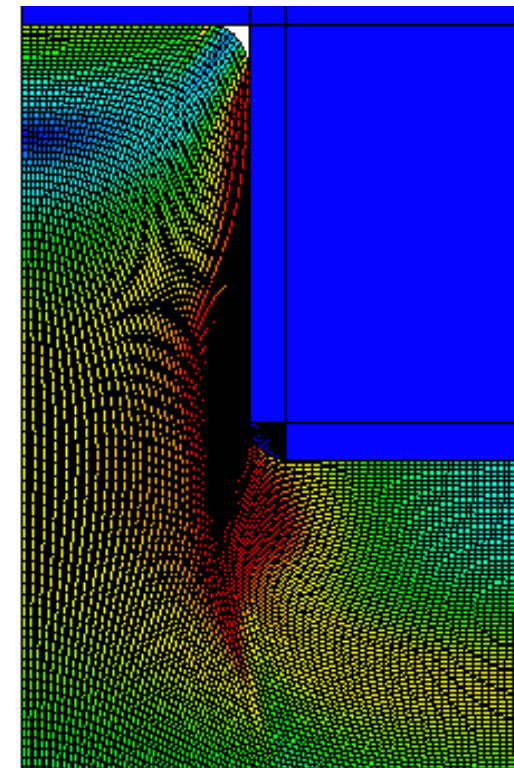
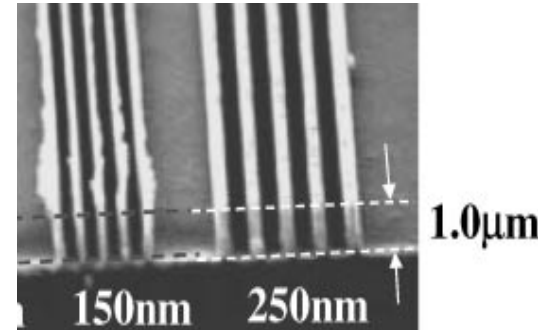
(最終目標: 成形解析

e.g. 熱ナノインプリント等)

- メッシュ固定のFEMを使用するとメッシュがすぐに潰れてしまい、解が得られない。



- FEリゾーニング (メッシュを何度も切り直して計算を続行すること) が不可欠。



従来のFEリゾーニング成形解析手法

	代表的なソフト	精度	安定性
ワンステップ法 (非FEM)	HyperForm FASTFORM	★	★★★★
動的陽解法	LS-DYNA PAM-STAMP	★★★	★★★
静的陽解法	ASU/P-form	★★★	★★
静的陰解法	ABAQUS MARC	★★★★	★

従来のFEリゾーニング法に関する研究はほとんど動的陽解法の精度向上

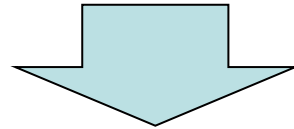
我々の研究は静的陰解法の安定性向上

でもどうやって？

我々のアプローチ

アイデア

静的陰解法の解くべき方程式を
一般的な釣合方程式ではなく
増分形釣合方程式とする。



従来の静的陰解法FEリゾーニングでは
不可避であった不安定の原因を取り除く
(詳細は後述)

研究目的

増分形釣合方程式に基づく
静的陰解法FEリゾーニングを開発し、
高精度かつ安定な静的超大変形解析を
実現する

目次

- ① 増分形釣合方程式の導出
- ② 提案する静的陰解法FEリゾーニングの定式化
- ③ 解析例

①

増分形釣合方程式の導出



速度形仮想仕事式

$$\int_{\Omega(t)} \dot{\mathbf{\Pi}}_t^T(t) : \delta \mathbf{F}_t(t) \, d\Omega$$

← 仕事共役

$$= \int_{\Gamma(t)} \underline{\mathbf{t}}_t(t) \cdot \delta \mathbf{u} \, d\Gamma + \int_{\Omega(t)} \rho \mathbf{g} \cdot \delta \mathbf{u} \, d\Omega$$

- $\mathbf{\Pi}_t(t)$: 現配置を基準配置とした公称応力テンソル
 $\delta \mathbf{F}_t(t)$: 現配置を基準配置とした変形勾配テンソルの変分
 $\underline{\mathbf{t}}_t(t)$: 現配置を基準配置とした表面力ベクトル
 $\Omega(t)$: 現配置の領域, $\Gamma(t)$: 現配置の境界面
 $\delta \mathbf{u}$: 変位ベクトルの変分, $\dot{\square}$: 物質時間微分
 ρ : 密度, \mathbf{g} : 体積力加速度ベクトル

(出典: 久田・野口, 「非線形有限要素法の基礎と応用」, 丸善)

線形化と離散化

$$\int_{\Omega(t)} \dot{\Pi}_t^T(t) : \delta \mathbf{F}_t(t) \, d\Omega$$

← 仕事共役

$$= \int_{\Gamma(t)} \underline{\dot{\mathbf{t}}}_t(t) \cdot \delta \mathbf{u} \, d\Gamma + \int_{\Omega(t)} \rho \underline{\dot{\mathbf{g}}} \cdot \delta \mathbf{u} \, d\Omega$$

時間微分
線形化

$$\dot{\Pi}_t^T(t) \simeq \Delta \Pi_t^T / \Delta t, \quad \underline{\dot{\mathbf{t}}}_t(t) \simeq \Delta \underline{\mathbf{t}}_t / \Delta t, \quad \underline{\dot{\mathbf{g}}} \simeq \Delta \underline{\mathbf{g}} / \Delta t$$

Galerkin
離散化

$$\delta \mathbf{F}_t(t) \simeq [B_N] \{ \delta \mathbf{u} \}, \quad \delta \mathbf{u} \simeq \{ N \} \{ \delta \mathbf{u} \}$$

一貫して後退差分を用いる静的陰解法

$$\sum_{e \in \mathbb{E}} \int_{\Omega_e^+} [B_N^+]^T \{ \Delta \Pi_t^T \} \, d\Omega$$

$$= \sum_{s \in \mathbb{S}} \int_{\Gamma_s^+} [N^+]^T \{ \Delta \underline{\mathbf{t}}_t \} \, d\Gamma + \sum_{e \in \mathbb{E}} \int_{\Omega_e^+} \rho^+ [N^+]^T \{ \Delta \underline{\mathbf{g}} \} \, d\Omega$$

\square^+ : 試行変数

\mathbb{E} : 要素の集合

\mathbb{S} : 境界要素面の集合

増分形釣合方程式

$$\sum_{e \in \mathbb{E}} \int_{\Omega_e^+} [B_N^+]^T \{ \Delta \Pi_t^T \} d\Omega$$
$$= \sum_{s \in \mathbb{S}} \int_{\Gamma_s^+} [N^+]^T \{ \Delta \underline{t}_t \} d\Gamma + \sum_{e \in \mathbb{E}} \int_{\Omega_e^+} \rho^+ [N^+]^T \{ \Delta g \} d\Omega$$

増分形釣合方程式(第1形式)

$$\{ \Delta f^{\text{ext}} \} - \{ \Delta f^{\text{int}} \} = \{ 0 \}$$

増分形釣合方程式(第2形式)

$$(\{ f^{\text{ext}} \} + \{ \Delta f^{\text{ext}} \}) - (\{ f^{\text{int}} \} + \{ \Delta f^{\text{int}} \}) = \{ 0 \}$$

実際の実装ではこの第2形式を解く



左辺を $\{ \Delta f^{\text{int}} \}$, 右辺を $\{ \Delta f^{\text{ext}} \}$ とおく



残差の蓄積を回避

一般的な釣合方程式との比較

【一般形】

$$\{f^{\text{ext}}\} - \{f^{\text{int}}\} = \{0\},$$

$$\{f^{\text{ext}}\} = \sum_{s \in \mathcal{S}} \int_{\Gamma_s^+} [N^+]^T \{\underline{t}^+\} d\Gamma + \sum_{e \in \mathcal{E}} \int_{\Omega_e^+} \rho^+ [N^+]^T \{g\} d\Omega,$$

$$\{f^{\text{int}}\} = \sum_{e \in \mathcal{E}} \int_{\Omega_e^+} [B_L^+]^T \{T^+\} d\Omega,$$

【増分形】

$$\{\Delta f^{\text{ext}}\} - \{\Delta f^{\text{int}}\} = \{0\},$$

$$\{\Delta f^{\text{ext}}\} = \sum_{s \in \mathcal{S}} \int_{\Gamma_s^+} [N^+]^T \{\Delta \underline{t}_t\} d\Gamma + \sum_{e \in \mathcal{E}} \int_{\Omega_e^+} \rho^+ [N^+]^T \{\Delta g\} d\Omega,$$

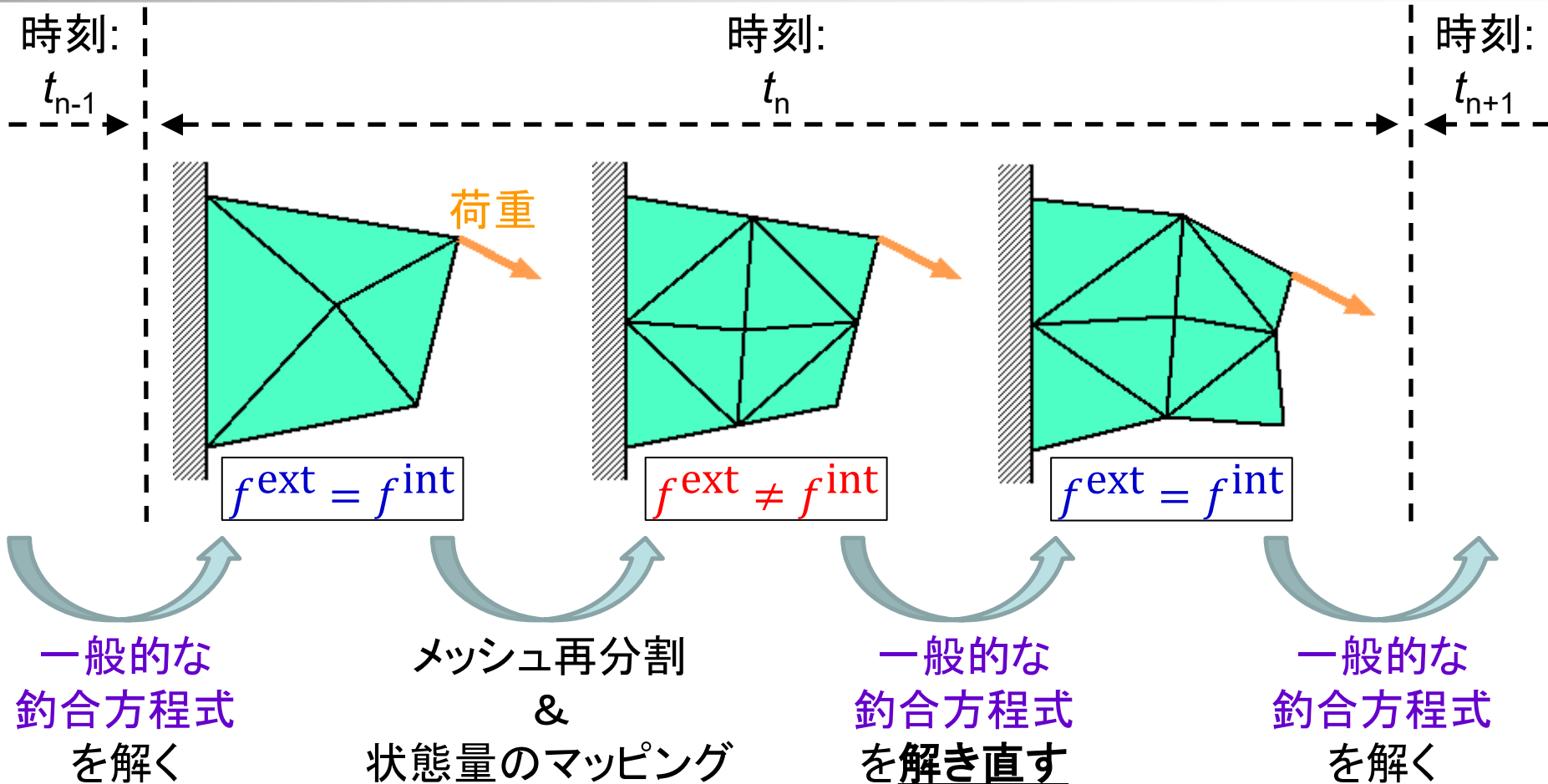
$$\{\Delta f^{\text{int}}\} = \sum_{e \in \mathcal{E}} \int_{\Omega_e^+} [B_N^+]^T \{\Delta \Pi_t^T\} d\Omega,$$

②

提案する
静的陰解法FEリゾーニング
の定式化



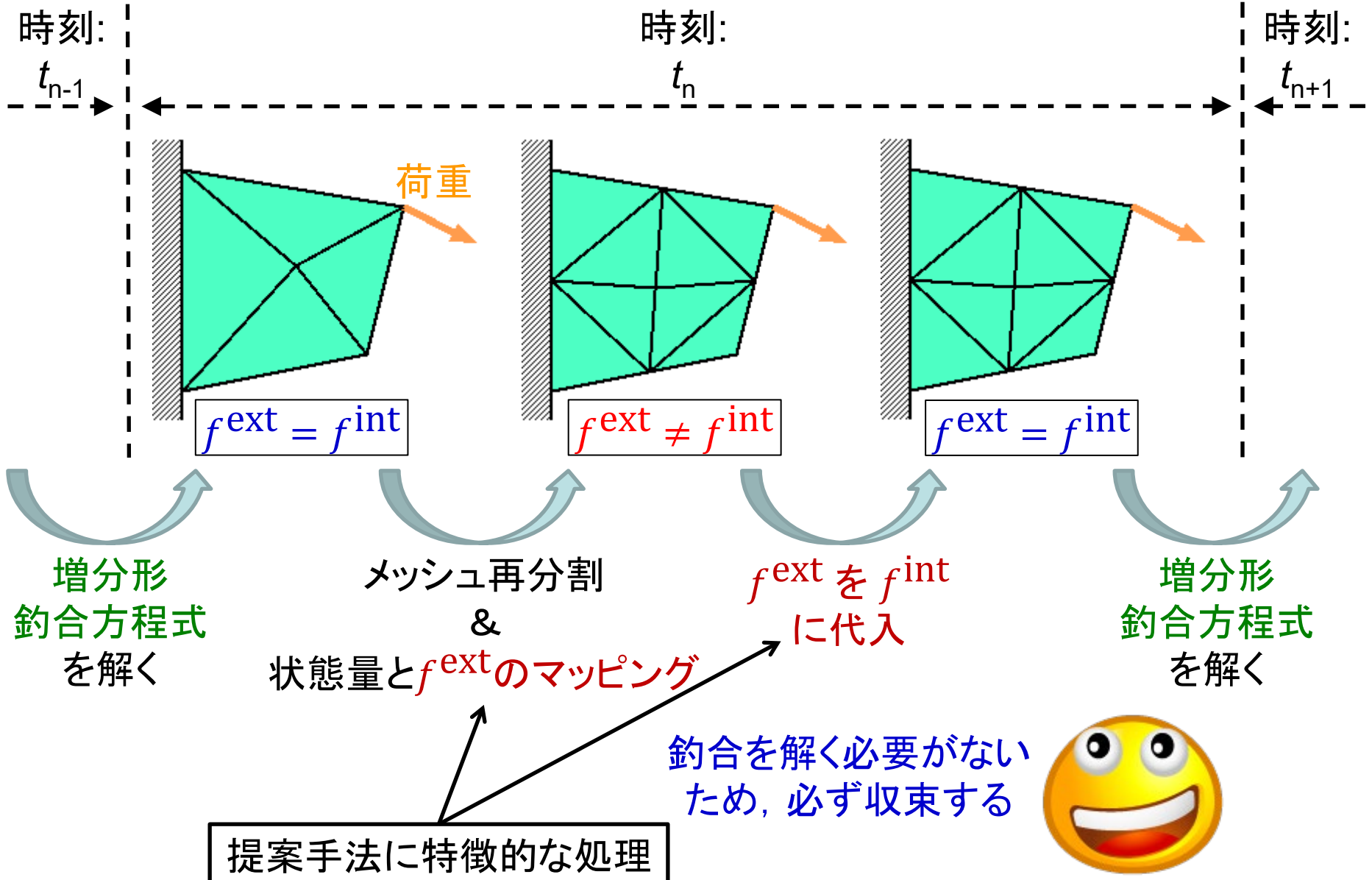
従来の静的陰解法FEリゾーニング



大変形を引き起こすため、収束不能に陥り易い



提案する静的陰解法FEリゾーニング



提案手法のフローチャート

■ 時間増分計算ループ開始

- 初期 $\{\Delta u\}$ を仮定

● Newton-Raphsonループ開始

◆ 試行状態量の計算

◆ $\{\Delta f^{\text{ext}}\}$, $\{\Delta f^{\text{int}}\}$, $[K]$ の計算

◆ 収束判定

◆ $[K]\{\delta u\} = (\{f^{\text{ext}}\} + \{\Delta f^{\text{ext}}\}) - (\{f^{\text{int}}\} + \{\Delta f^{\text{int}}\})$ を解く

◆ $\{\Delta u\} + \{\delta u\}$ を $\{\Delta u\}$ に代入

● $\{f^{\text{ext}}\} + \{\Delta f^{\text{ext}}\}$ を $\{f^{\text{ext}}\}$ に代入

● $\{f^{\text{int}}\} + \{\Delta f^{\text{int}}\}$ を $\{f^{\text{int}}\}$ に代入

● 状態量の更新

● (必要ならば)リゾーニング

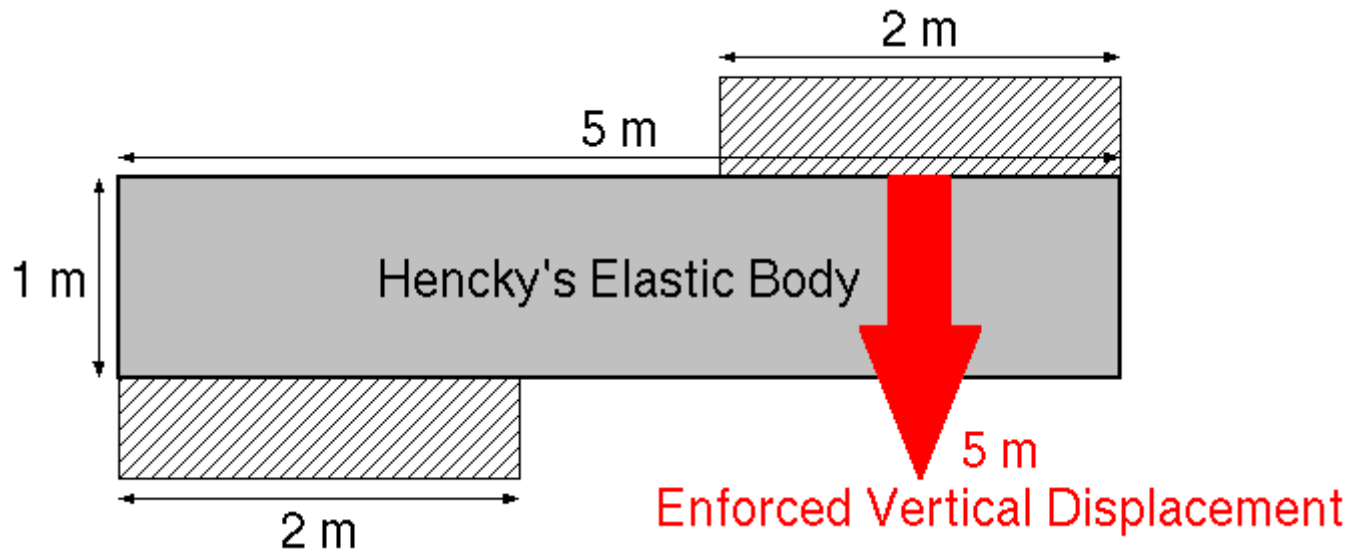
従来法とほとんど同じ
緑色の部分が少し違うだけ



③

解析例

解析例：弾性体せん断大変形



- 静的，平面歪み， $5\text{m} \times 1\text{m}$ の矩形領域
- 下辺左2mを完全拘束，
上辺右2mを左右拘束＋下方向強制変位
- 3角形一次要素を使用
- 収束10回毎にリゾーニング（GAMBITを使用）

解析例: 弾性体せん断大変形

■ 材料モデルはHencky弾性体

- ABAQUS, MARC等のデフォルトの弾性体モデル
- 全歪み形構成式

$$T = C_L : E$$

Cauchy(真)応力 \propto Hencky(対数)歪み

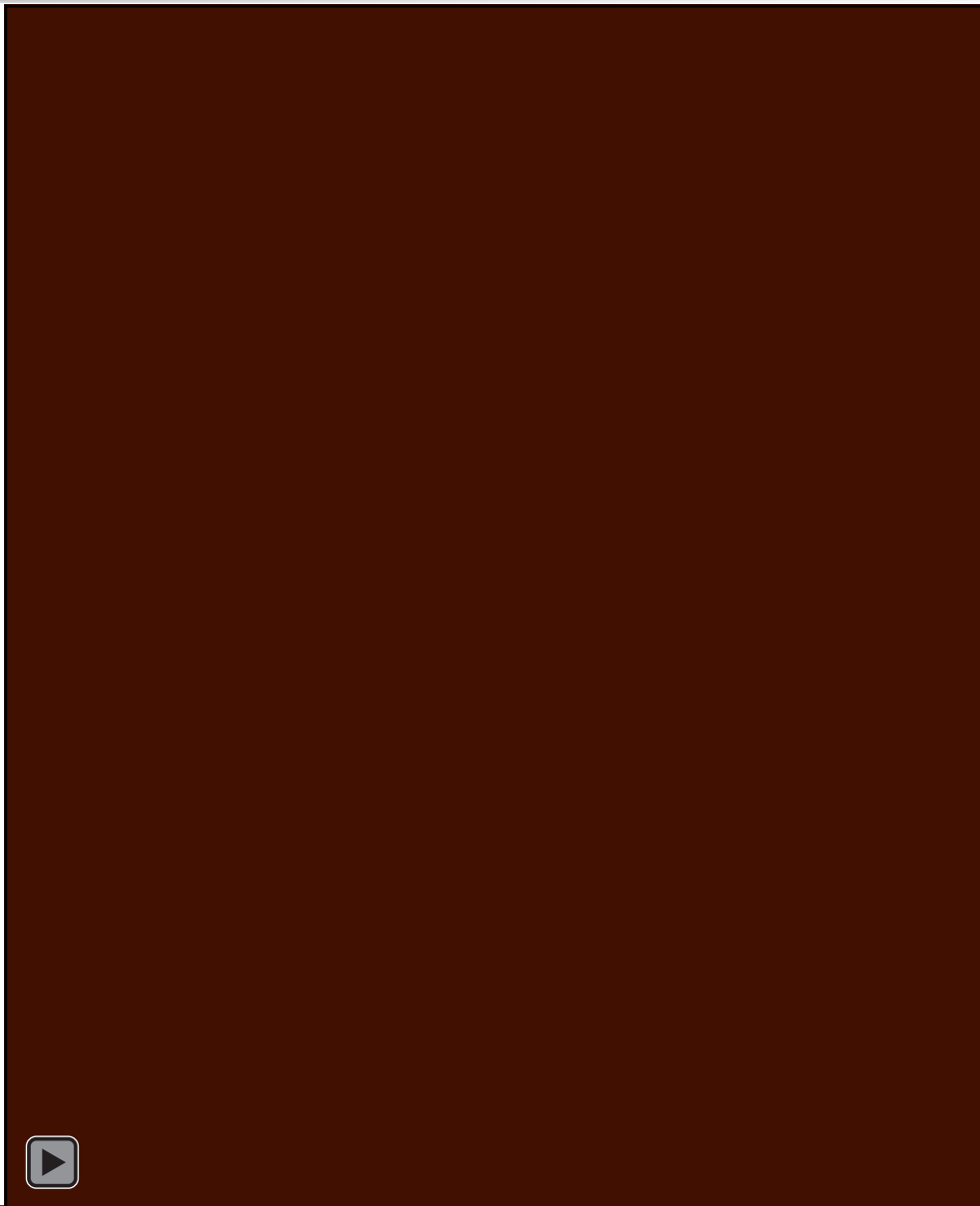
- 歪み速度形構成式

$$\dot{T} = C_L : D$$

Cauchy応力のJaumann速度 \propto ストレッチングテンソル
提案手法の性質上, 構成式は歪み速度形でなければならない

- ヤング率: 1 GPa, ポアソン比: 0.3を使用

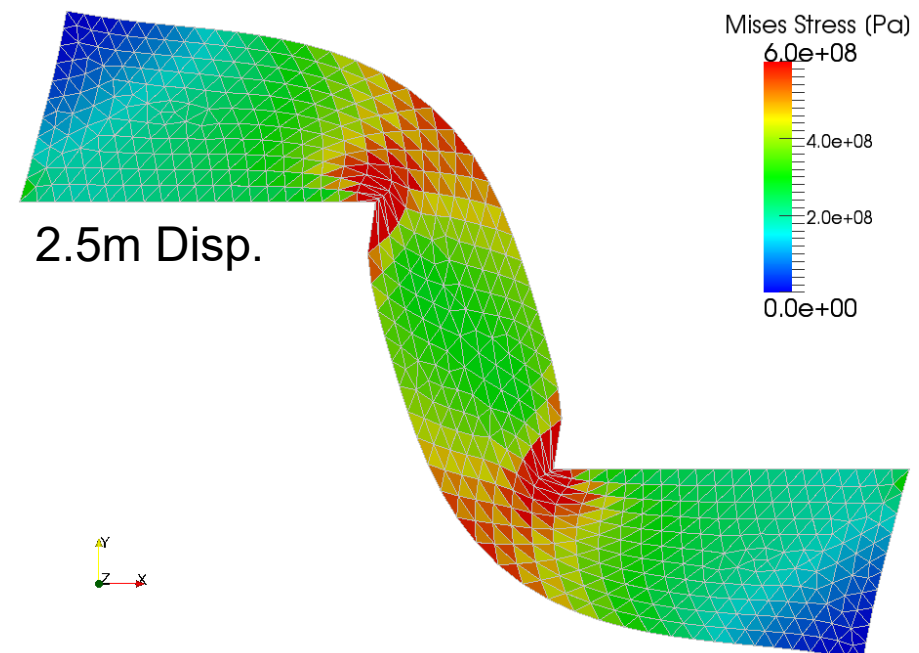
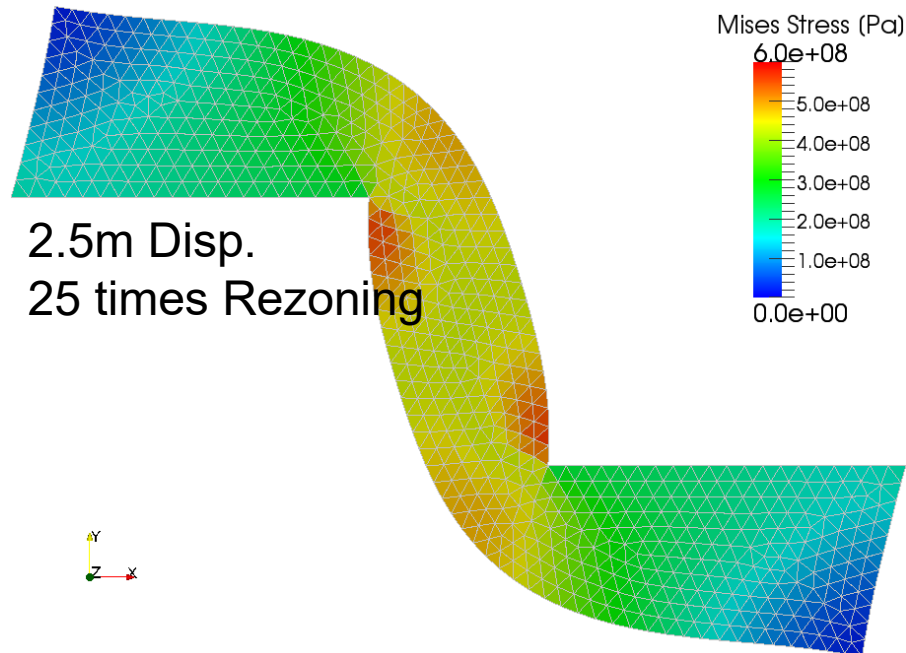
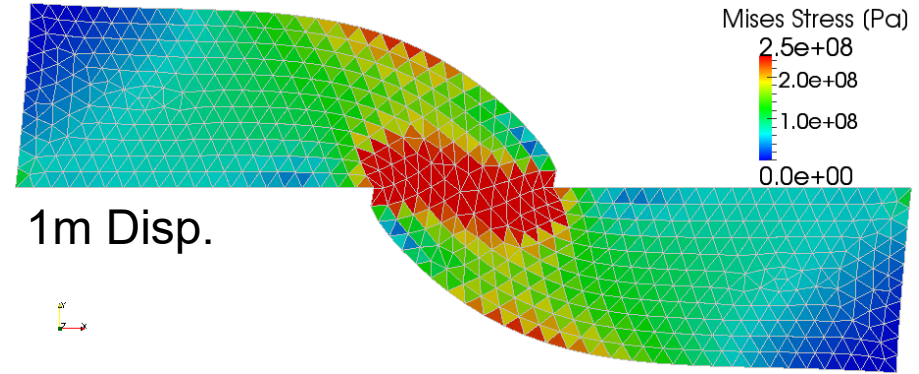
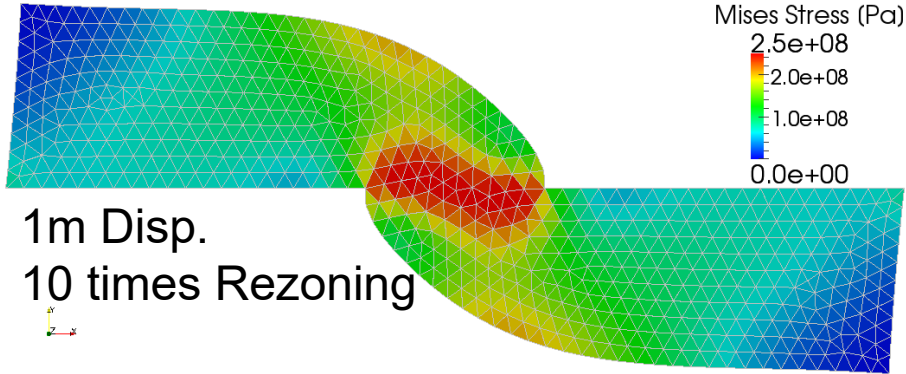
解析例：弾性体せん断大変形



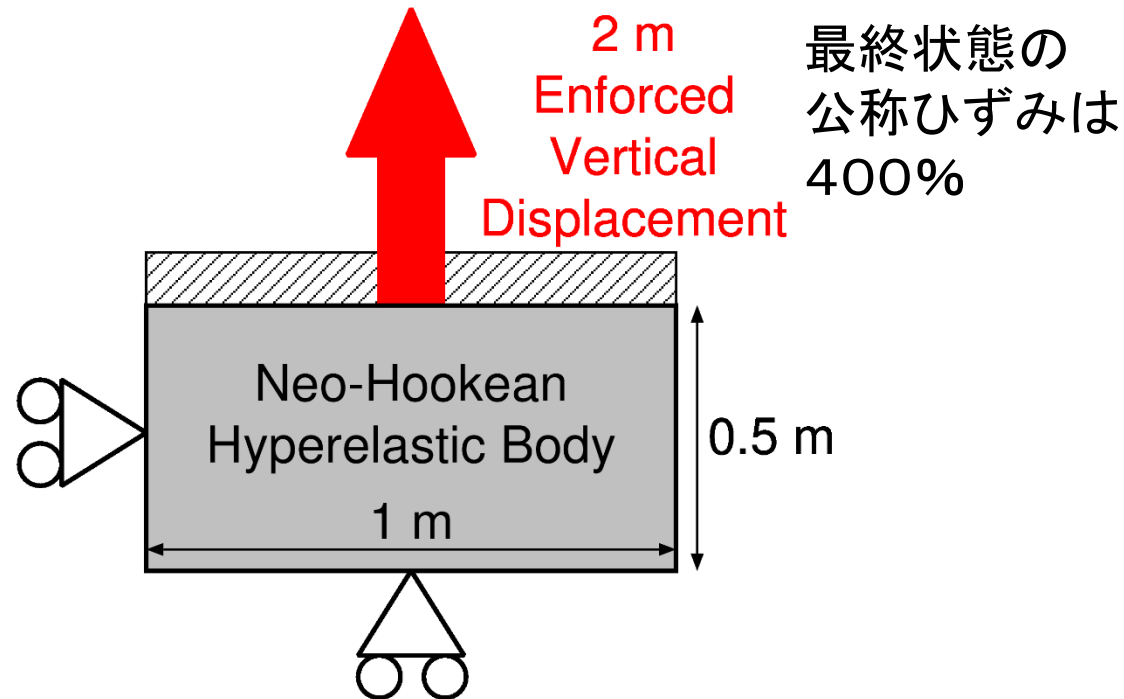
解析例: 弾性体せん断大変形

提案手法 (リゾーニング有り)

リゾーニング無し



解析例：超弾性体引張大変形



- 静的，平面歪み， $1\text{m} \times 0.5\text{m}$ の矩形領域
- 左辺を左右拘束，下辺を上下拘束，上辺を上方向に強制変位
- 3角形一次要素を使用
- 収束10回毎にリゾーニング（GAMBITを使用）

解析例: 超弾性体引張大変形

■ 材料モデルはNeo-Hookean超弾性体

● 歪みエネルギー密度関数

$$U = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D_1}(J - 1)^2$$

● 全歪み形構成式

$$T = \frac{2}{J}C_{10}\text{dev}(\bar{B}) + \frac{2}{D_1}(J - 1)I$$

● 歪み速度形構成式

$$\overset{\circ}{T} = C_L(F) : D$$

提案手法の性質上, 構成式は歪み速度形でなければならない

$C_L(F)$ は手計算+数式処理ソフト(Maxima)で頑張って算出

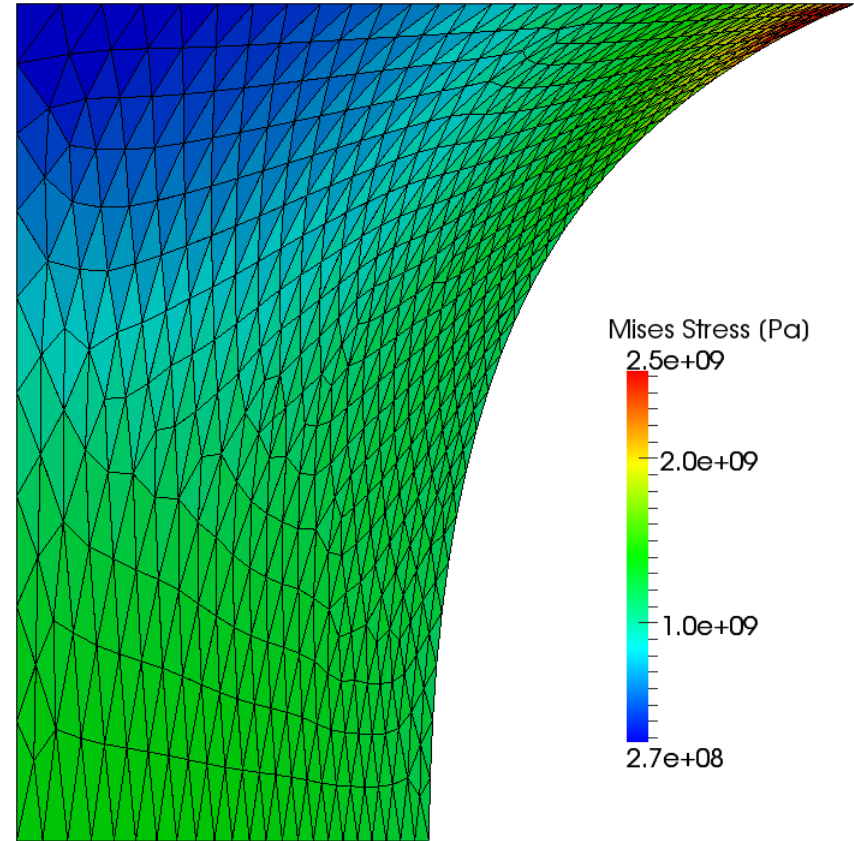
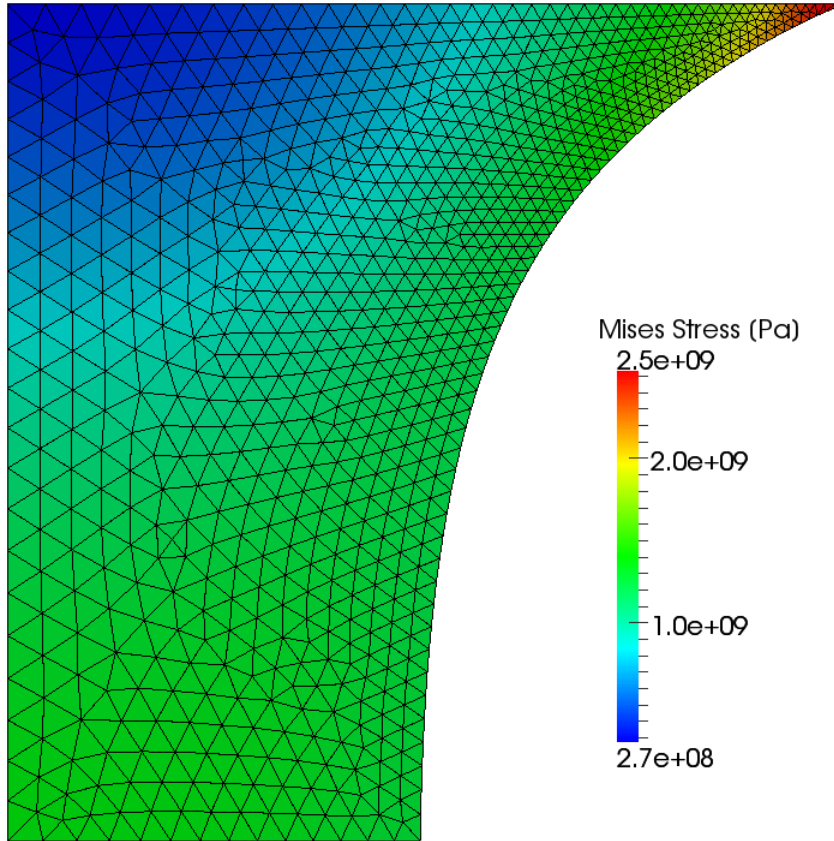
● $C_{10}=0.172$ GPa, $D_1=0.6$ GPa⁻¹ を使用

解析例：超弾性体引張大変形



解析例：超弾性体引張大変形

提案手法（19回リゾーニング）

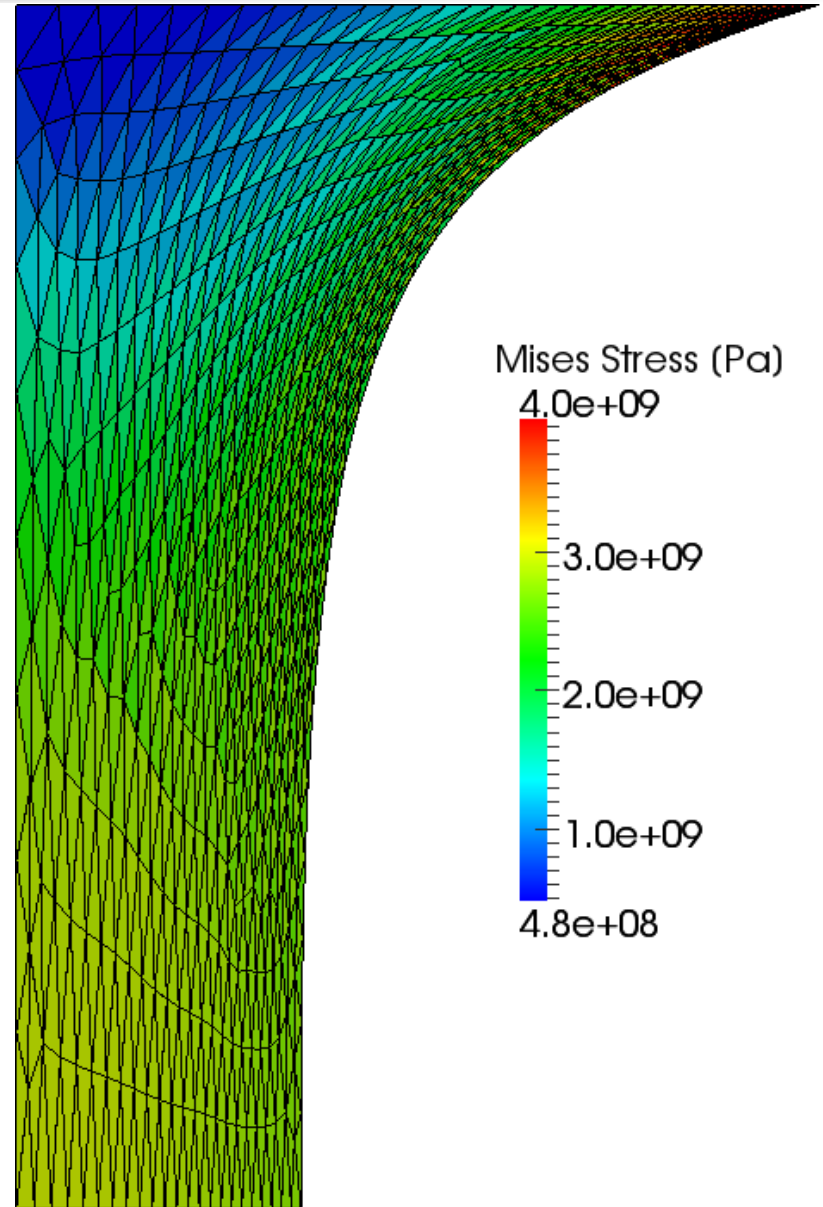
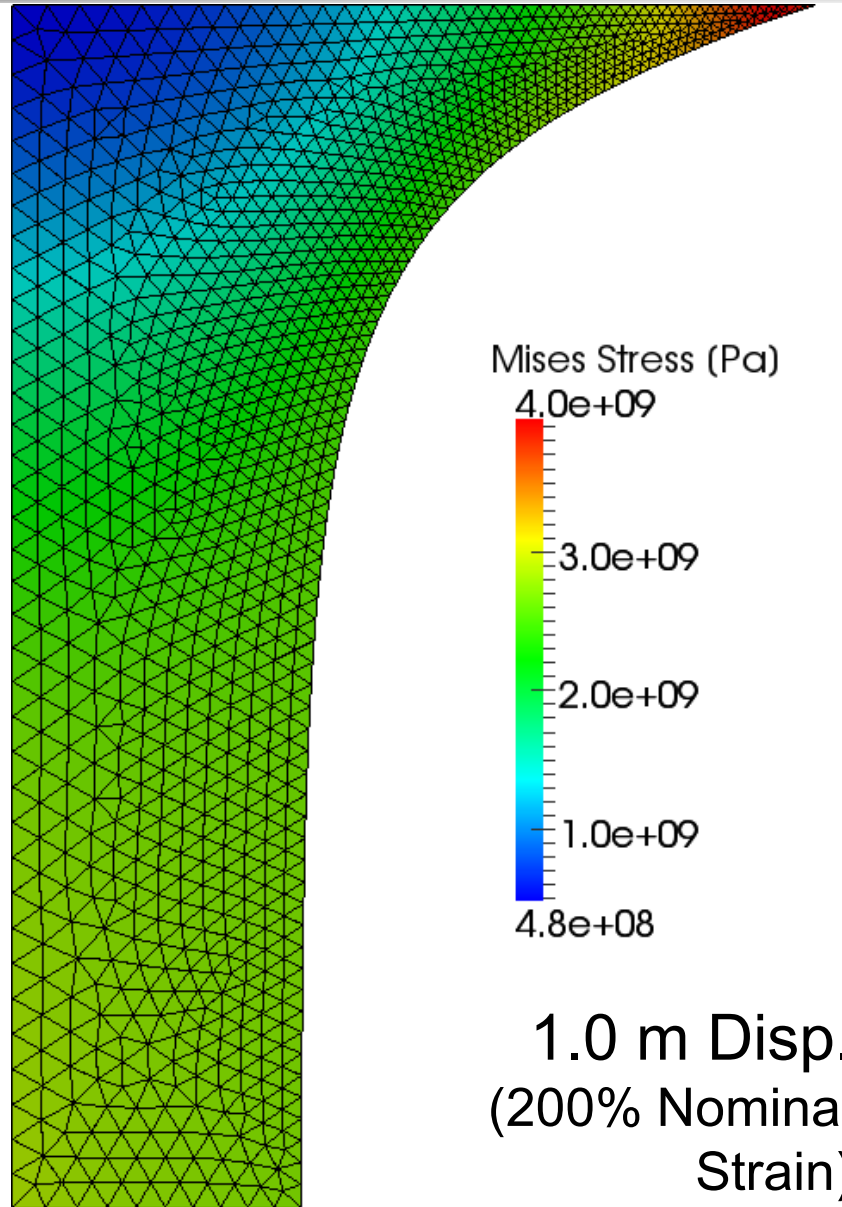


リゾーニング無し

0.5 m Disp.
(100% Nominal
Strain)

解析例：超弾性体引張大変形

提案手法（39回リゾーニング）

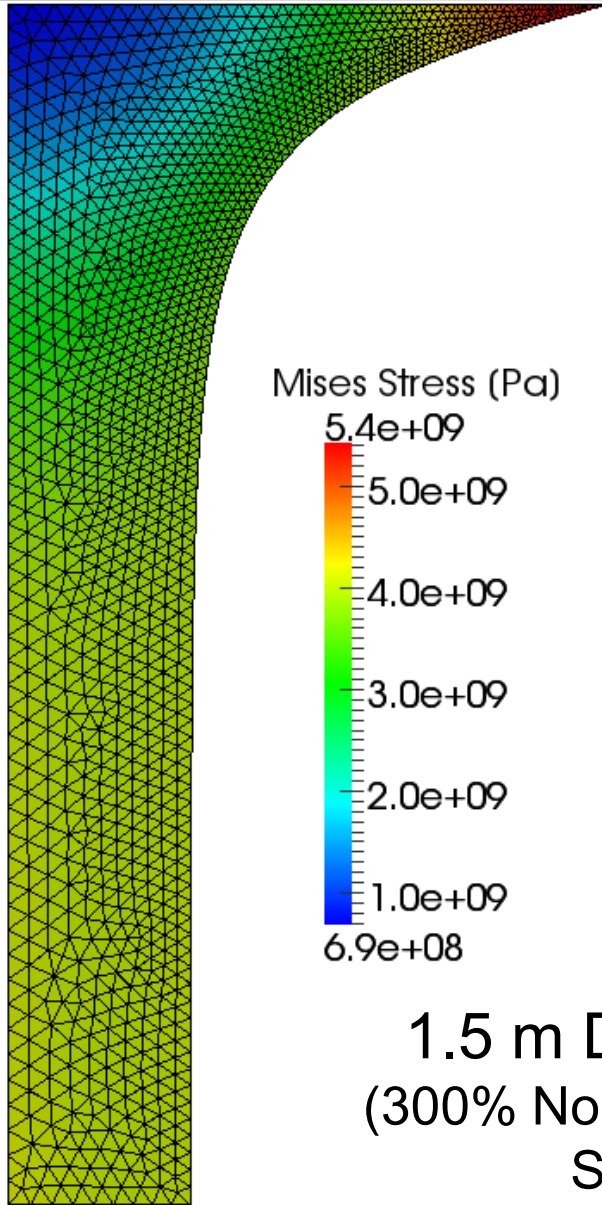


リゾーニング無し

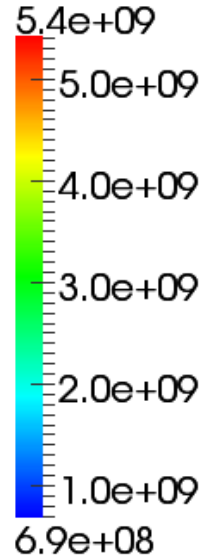


解析例：超弾性体引張大変形

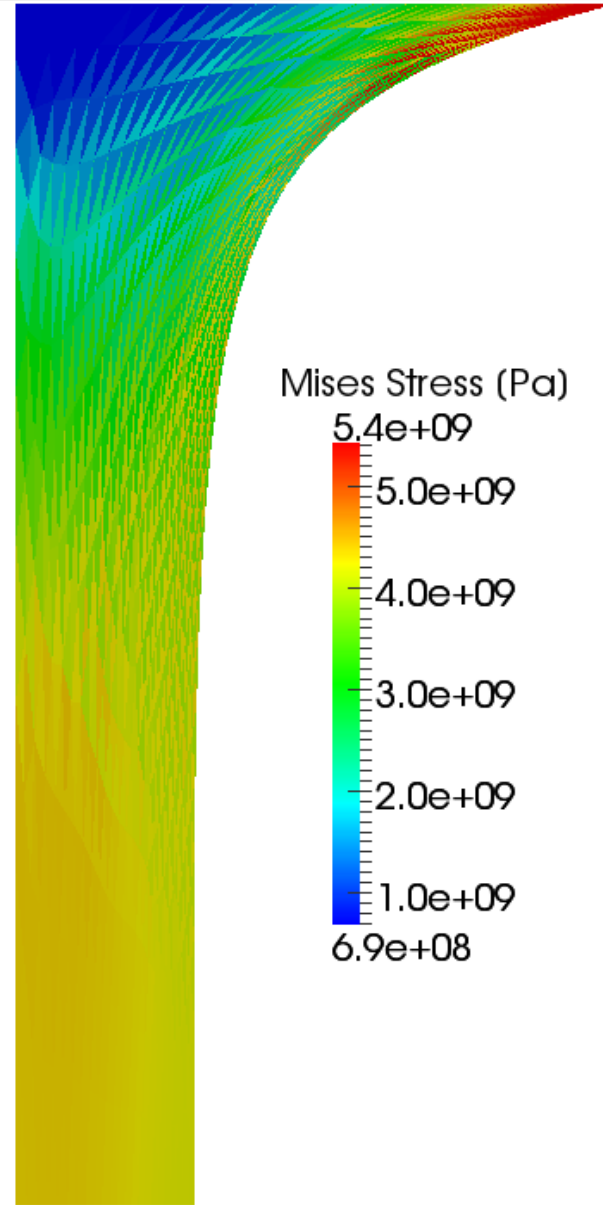
提案手法（59回リゾーニング）



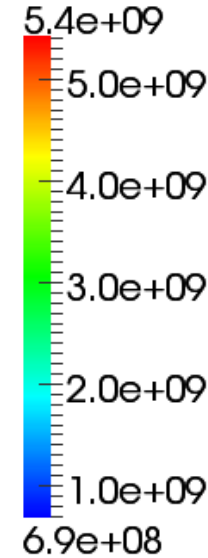
Mises Stress (Pa)



1.5 m Disp.
(300% Nominal
Strain)



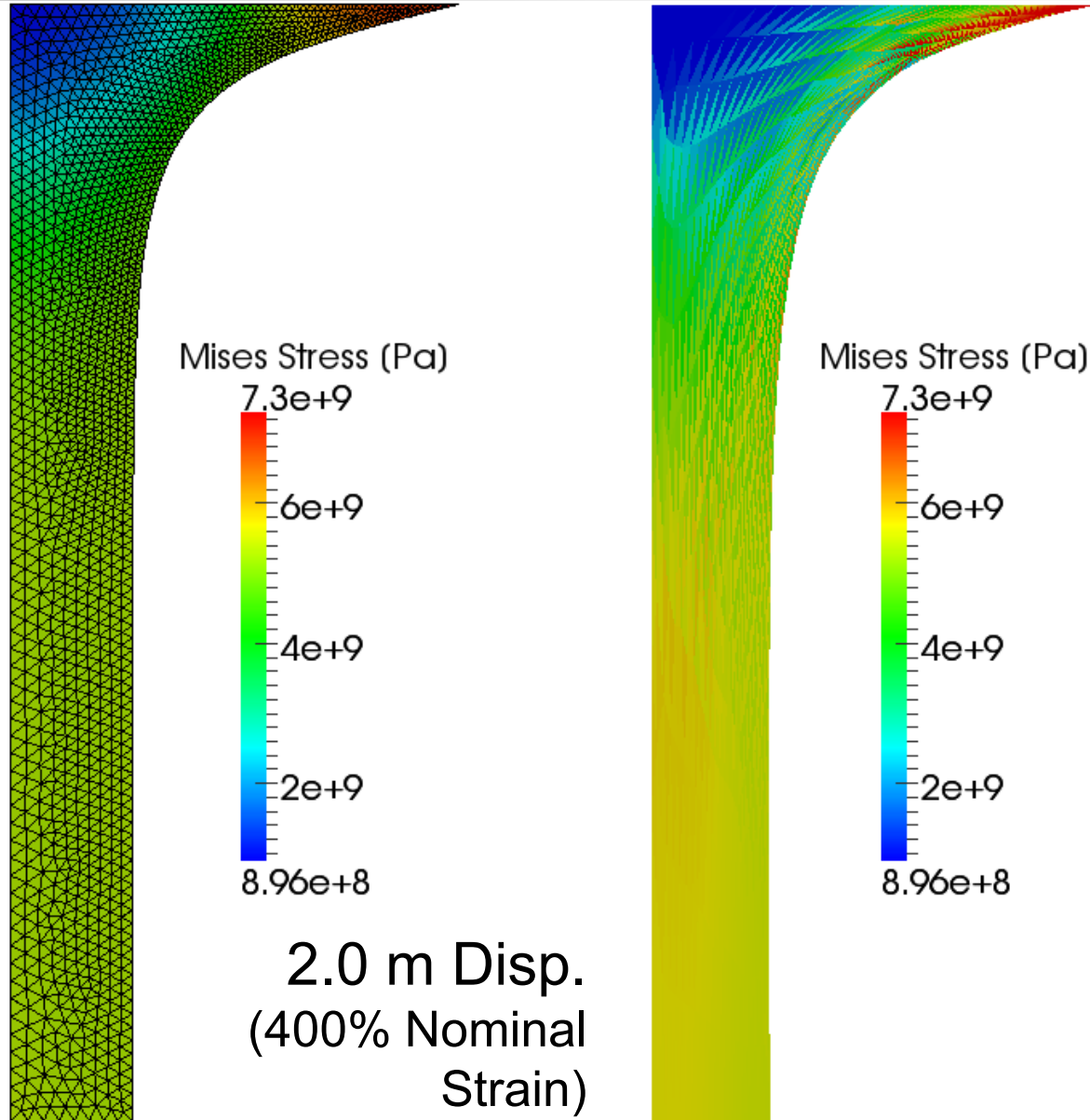
Mises Stress (Pa)



リゾーニング無し

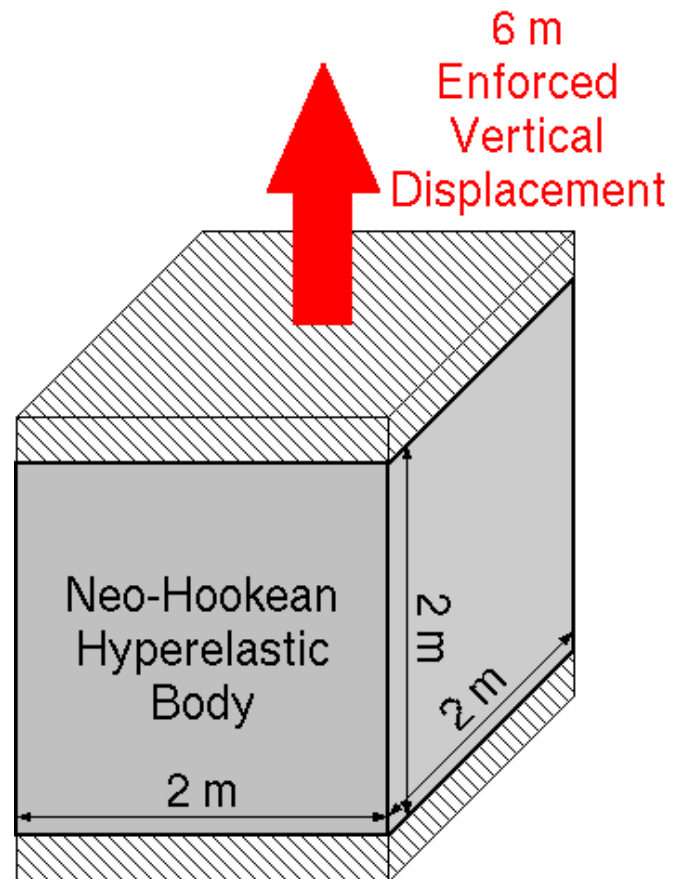
解析例：超弾性体引張大変形

提案手法（79回リゾーニング）



リゾーニング無し

解析例：3次元超弾性体引張大変形

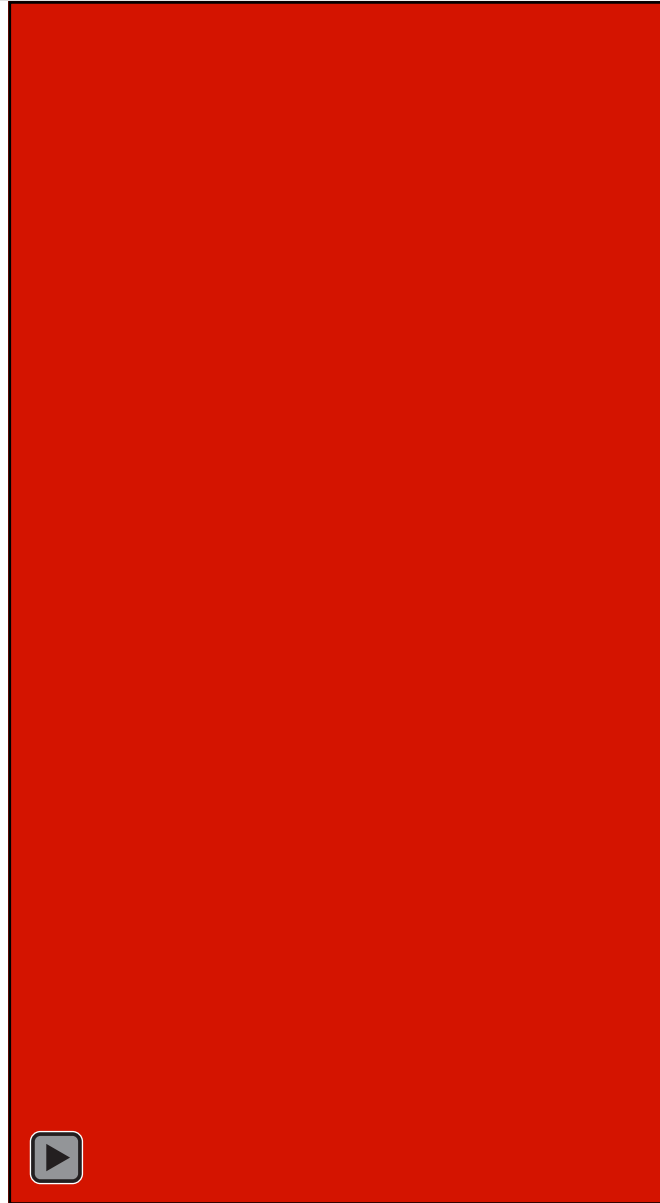


最終状態の
公称ひずみは
300%

- 静的, 3次元
- 対称性から, 領域全体の1/8のみを解析
- 四面体一次要素を使用
- 収束10回毎にリゾーニング (GAMBITを使用)

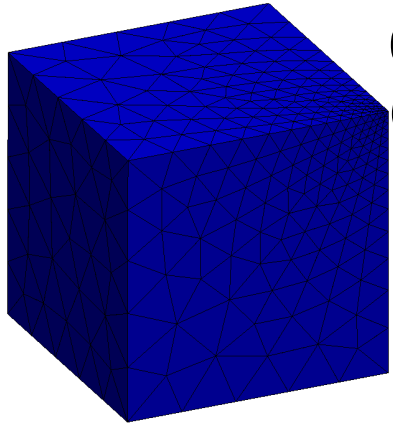


解析例：3次元超弾性体引張大変形

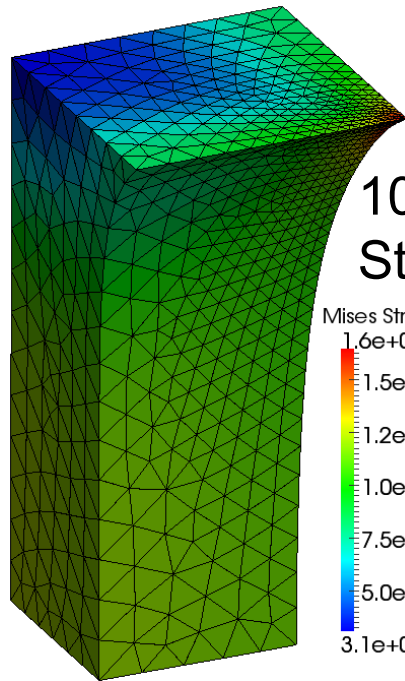


解析例：3次元超弾性体引張大変形

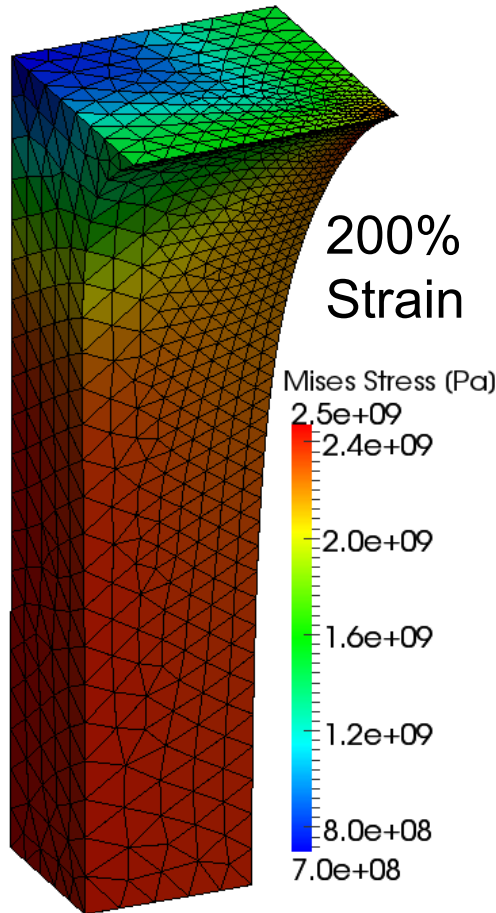
0% Nominal Strain
(Initial State)



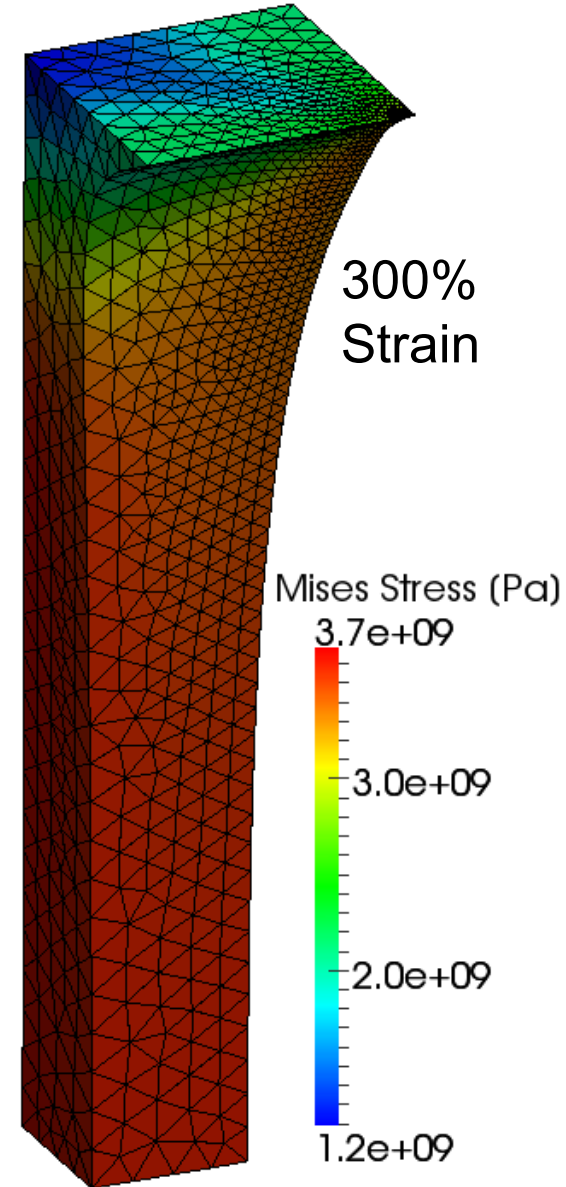
100% Strain



200% Strain



300% Strain



まとめ／今後の予定

■まとめ

- 増分形釣合方程式に基づく静的陰解法FEリゾーニングの定式化を示した.
- 提案手法が一般的な釣合方程式に基づく手法よりも安定である根拠を示した.
- 解析例を示し, 有効性を確認した.

■今後の予定

- ABAQUS, MARC等の従来法と提案手法との比較・対決.
- 接触機能の追加, SFEM化など.
- 亀裂進展解析への適用.

付録

通常のリゾーニングとの比較

	提案手法	通常のリゾーニング
釣合方程式	増分形(外力増分=内力増分)	全量形(外力=内力)
構成式の形式	増分形式での記述が必要	何でも良い
リゾーニング後の内力	外力をマッピング	釣合を解き直す
リゾーニング後の釣合	必ず釣り合う	釣り合わない 不釣り合いを解消させる 必要がある

節点荷重ベクトルのマッピング

■ 未知数

新メッシュの節点荷重ベクトル

■ 目的関数

$$\Sigma \| \text{新メッシュの表面力ベクトル} \\ - \text{旧メッシュの表面力ベクトル} \|^2$$

■ 制約条件

$$\begin{aligned} & \Sigma (\text{新メッシュの節点荷重ベクトル}) \\ & = \Sigma (\text{旧メッシュの節点荷重ベクトル}) \\ & \Sigma (\text{新メッシュの節点荷重モーメント}) \\ & = \Sigma (\text{旧メッシュの節点荷重モーメント}) \end{aligned}$$

Lagrange未定乗数法で解く

剛性マトリックスの導出1

- 公称応力速度とChaucy応力速度の関係式:

$$\dot{\Pi}_t \equiv \dot{T} + \text{tr}(\mathbf{L})T - \mathbf{L}T$$

- 物質時間微分とJaumann速度の関係式:

$$\dot{T} \equiv \overset{\circ}{T} + \mathbf{W}T - T\mathbf{W}$$

- 代入して \dot{T} を消去:

$$\dot{\Pi}_t^T = \overset{\circ}{T} + \mathbf{W}T - T\mathbf{W} + \text{tr}(\mathbf{L})T - T\mathbf{L}^T$$

- 構成方程式(例としてHencky弾性体):

$$\overset{\circ}{T} = \mathbf{C}_L : D$$

- 代入して $\overset{\circ}{T}$ を消去:

$$\dot{\Pi}_t^T = \mathbf{C}_L : D + \mathbf{W}T - T\mathbf{W} + \text{tr}(\mathbf{L})T - T\mathbf{L}^T$$

剛性マトリックスの導出2

■マトリックス形式で記述:

$$\{\ddot{\Pi}_t^T\} = [C_L]\{D\} + [C_N]\{L\}$$

ただし

$$[C_N] = \begin{bmatrix} 0 & T_{xx} & T_{xx} & 0 & 0 & -T_{xy} & 0 & -T_{zx} & 0 \\ T_{yy} & 0 & T_{yy} & -T_{xy} & 0 & 0 & 0 & 0 & -T_{yz} \\ T_{zz} & T_{zz} & 0 & 0 & -T_{zx} & 0 & -T_{yz} & 0 & 0 \\ T_{xy} & 0 & T_{xy} & \frac{T_{yy}-T_{xx}}{2} & \frac{T_{yz}}{2} & \frac{-T_{yy}-T_{xx}}{2} & \frac{-T_{zx}}{2} & \frac{-T_{yz}}{2} & \frac{-T_{zx}}{2} \\ T_{zx} & T_{zx} & 0 & \frac{T_{yz}}{2} & \frac{T_{zz}-T_{xx}}{2} & \frac{-T_{yz}}{2} & \frac{-T_{xy}}{2} & \frac{-T_{zz}-T_{xx}}{2} & \frac{-T_{xy}}{2} \\ 0 & T_{xy} & T_{xy} & \frac{-T_{yy}-T_{xx}}{2} & \frac{-T_{yz}}{2} & \frac{-T_{yy}+T_{xx}}{2} & \frac{T_{zx}}{2} & \frac{-T_{yz}}{2} & \frac{-T_{zx}}{2} \\ T_{yz} & T_{yz} & 0 & \frac{-T_{zx}}{2} & \frac{-T_{xy}}{2} & \frac{T_{zx}}{2} & \frac{T_{zz}-T_{yy}}{2} & \frac{-T_{xy}}{2} & \frac{-T_{zz}-T_{yy}}{2} \\ 0 & T_{zx} & T_{zx} & \frac{-T_{yz}}{2} & \frac{-T_{zz}-T_{xx}}{2} & \frac{-T_{yz}}{2} & \frac{-T_{xy}}{2} & \frac{-T_{zz}+T_{xx}}{2} & \frac{T_{xy}}{2} \\ T_{yz} & 0 & T_{yz} & \frac{-T_{zx}}{2} & \frac{-T_{xy}}{2} & \frac{-T_{zx}}{2} & \frac{-T_{zz}-T_{yy}}{2} & \frac{T_{xy}}{2} & \frac{-T_{zz}+T_{yy}}{2} \end{bmatrix}$$

■剛性マトリックス

$$[K^+] = \sum_{e \in \mathbb{E}} \int_{\Omega_e^+} [B_L^+]^T [C_L] [B_L^+] + [B_N^+]^T [C_N] [B_N^+] d\Omega$$

メッシュフリー法の特徴

■ 長所

- 節点の追加・削除が容易
- ロッキングしない

■ 短所

- 大歪みでも安定した形状関数の作成は相当面倒
- Divergence-free条件を満たす補正計算が相当面倒
- 異種材料, 凹境界面, 接触等の取り扱いが相当面倒
- 陰解法 + updated Lagrangianとの相性が悪い

静的陽解法の特徴

■ 長所

- 収束計算が必要ない
- 解析結果がほぼ必ず得られる

■ 短所

- 残差の蓄積が避けられない
- Δt を大きくとれない
特に塑性問題の場合はr-min法の Δt を使わなければならない