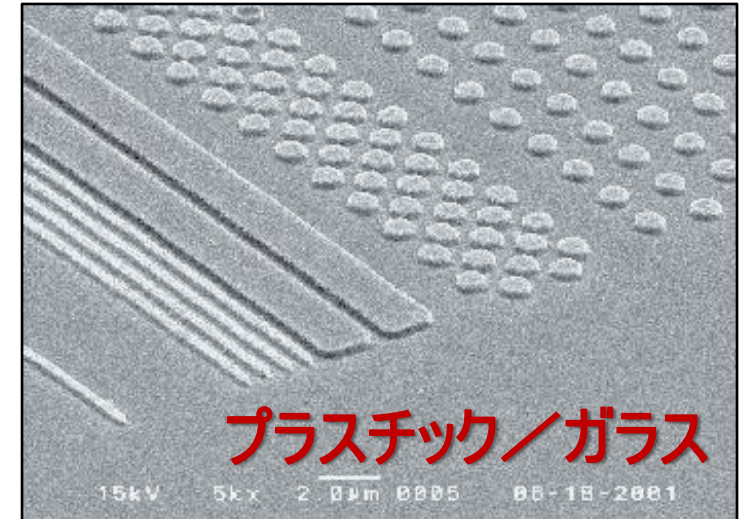


4 節点四面体エッジ中心ひずみ平滑要素(EC-SSE-T4) に基づく微圧縮大変形解析

大西 有希 (東京工業大学)

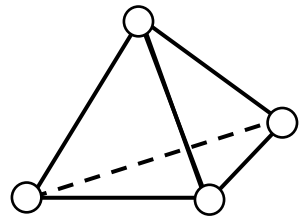
実現したい内容

- 「超」大変形問題を
高精度かつロバストに解きたい。
- 複雑形状を**四面体**で解きたい。
- **微圧縮性が現れる材料**も解きたい。
- 自動リメッシングも実現したい。
- 接触も扱いたい。

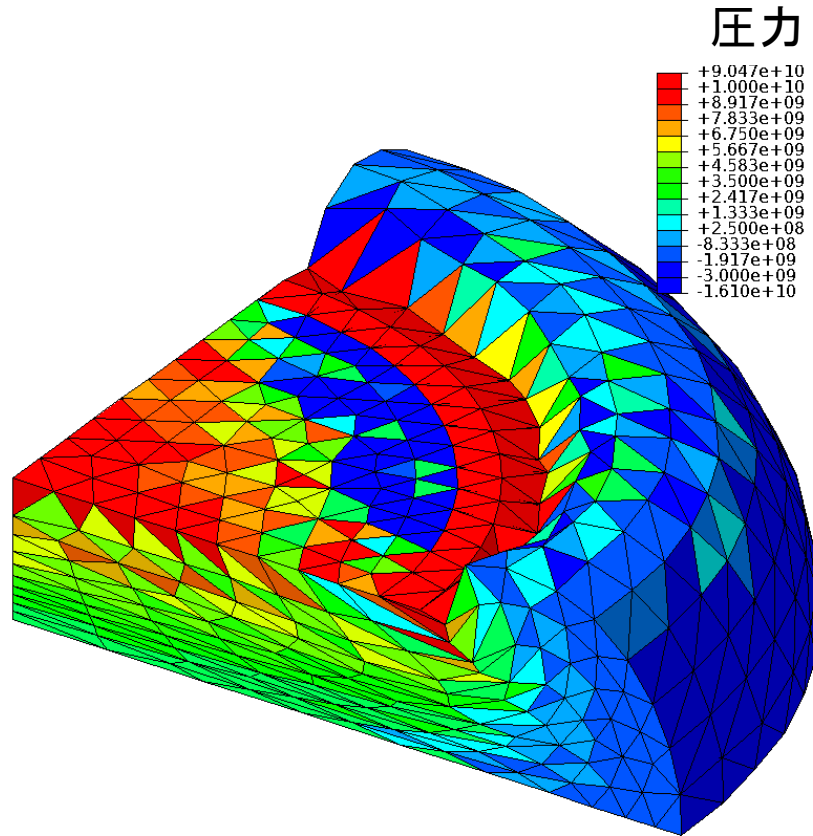


既存手法の問題点 (ABAQUSの要素)

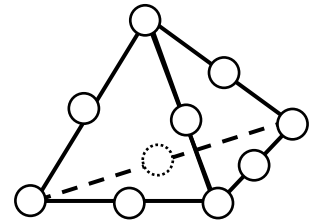
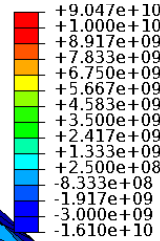
四面体解析例 材料: neo-Hookean 超弾性体, $\nu_{ini} = 0.49$



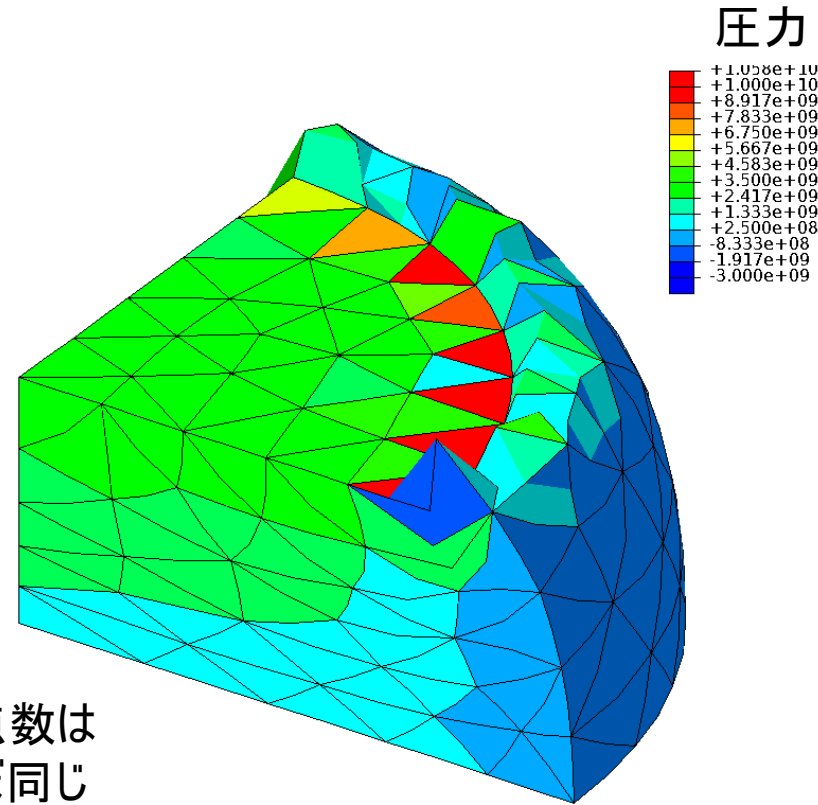
T4



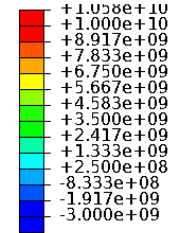
圧力



T10



圧力



節点数は
ほぼ同じ

四面体1次ハイブリッド要素(C3D4H)

- ✓ 体積ロッキングなし.
- ✗ 圧力振動(チェッカーボード)あり.
- ✗ せん断/コーナーロッキングあり.

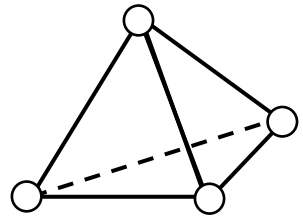
四面体2次修正ハイブリッド要素(C3D10MH)

- ✓ せん断/体積ロッキングなし.
- ✗ 内挿の精度低下あり.
- ✗ 大変形で早期の収束困難あり.

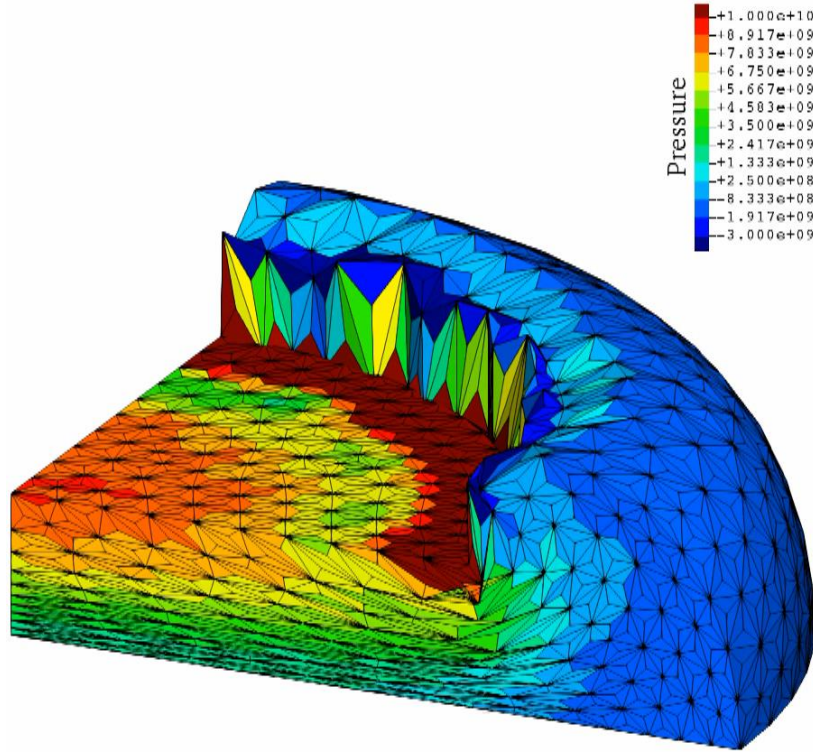
我々の従来手法（平滑化有限要素法：S-FEM）

四面体解析例 材料: neo-Hookean 超弾性体, $\nu_{ini} = 0.49$

メッシュは先程の
C3D4Hと同じ.



T4

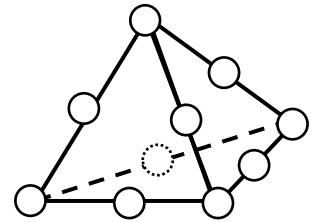


F-barES-FEM-T4

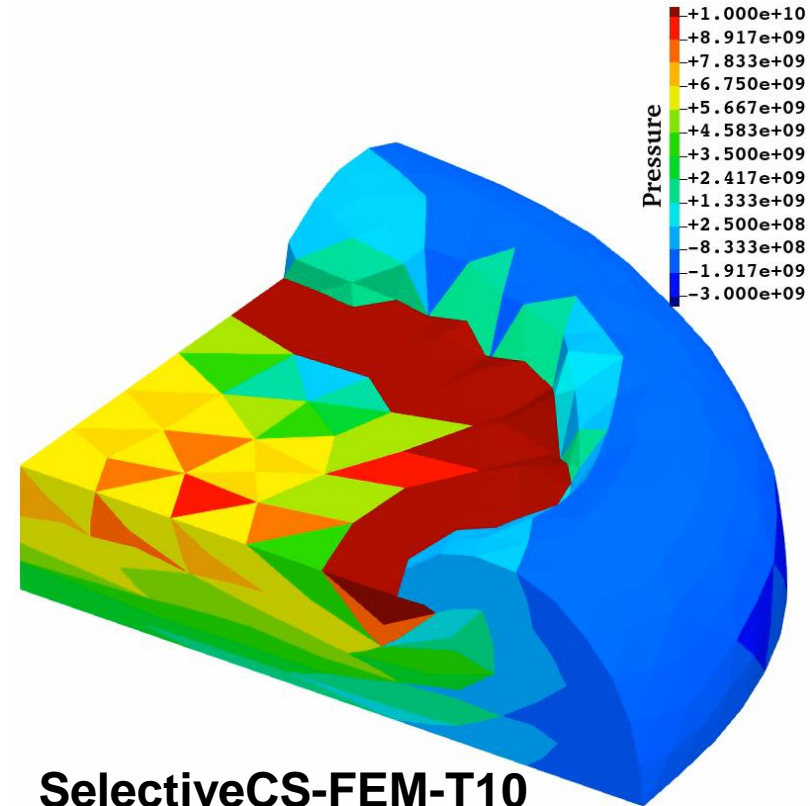
- ✓ せん断・体積ロッキングなし.
- ✓ コーナーロッキングも充分小さい.
- ✓ 圧力振動は充分小さい.
- ✓ 偏差応力の精度も良好.
- ✗ 計算時間が長い. FEMと親和性なし.

FEM-T4の10倍超
の計算時間が掛か
るが、高速化のア
イデアが無かった.

メッシュは先程の
C3D10MHと同じ.



T10



SelectiveCS-FEM-T10

- ✓ せん断・体積ロッキングなし.
- ✓ 圧力振動はある程度小さい.
- ✓ コーナーロッキングもある程度小さい.
- ✗ 偏差応力に振動が現れる.
- ✓ 計算時間が短い. FEMと親和性あり.

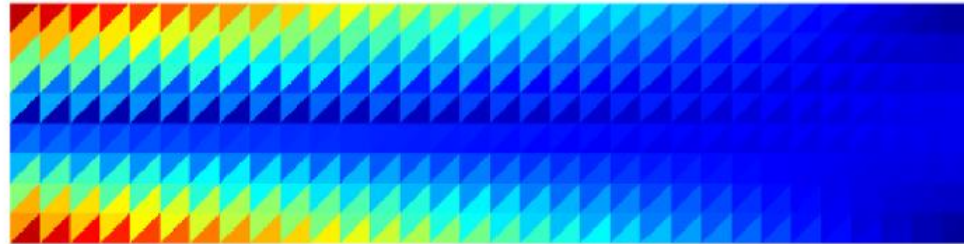
FEMとの親和性を
保ったまま今以上
の改良のアイデア
が無い.

エッジ中心ひずみ平滑要素 (EC-SSE) の登場

片持ち梁の曲げのMises応力分布比較 (3節点三角形メッシュ)

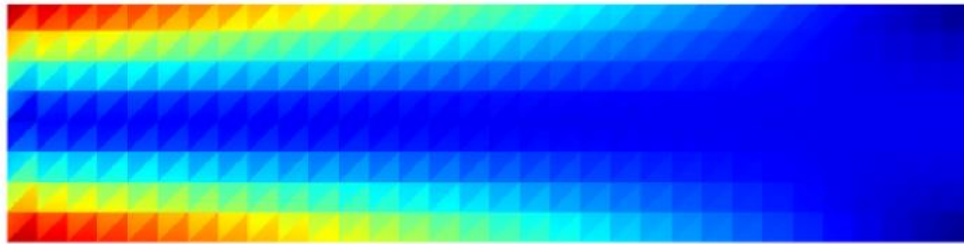
T. Jinsong et al., Euro. J. Mech. /A, v95, 2022.

FEM-T3

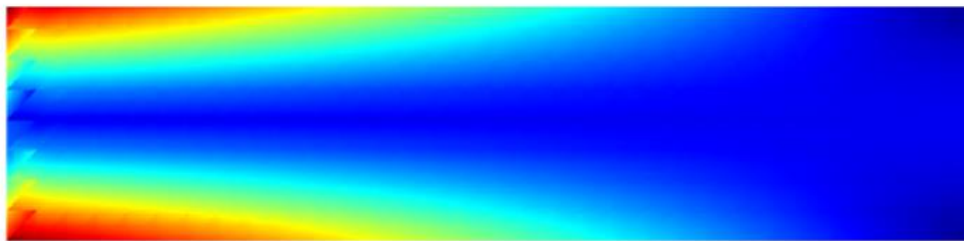


応力分布が階段状で低精度.
実は, せん断ロッキングも
起こしている.

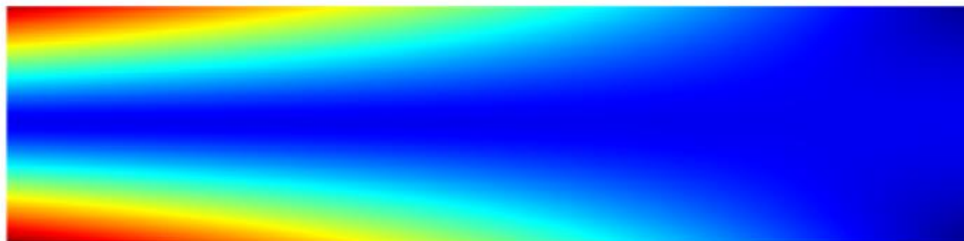
SSE
Strain
Smoothing
Element



EC-SSE
Edge
Centered
SSE



Analytic



詳細
は
後述

- ひずみ/応力が要素内で線形分布なので高精度.
- せん断ロッキングなし.
- 更にEC-SSEではひずみ/応力の連続性もある.

ただし,

- FEMとの親和性なし.
- 体積ロッキングあり.



ポアソン比**0.49**までの
ゴム大変形に拡張する
手法を開発しよう!

せん断成分の解析精度に優れたEC-SSEと
体積ロッキングを回避できるNS-FEMを用い、
両者を選択的低減積分(SRI)で組み合わせた
新たなS-FEM定式化(EC-SSE-SRI-T4)の
ゴム大変形での精度と大変形ロバスト性を確認する。

発表目次:

- 手法: ES-FEM, EC-SSE, 提案手法の定式化概要の紹介
- 結果と考察: 解析例の紹介 と 計算コストの考察
- まとめ: **そこそこ上手く行きました!!**

手法

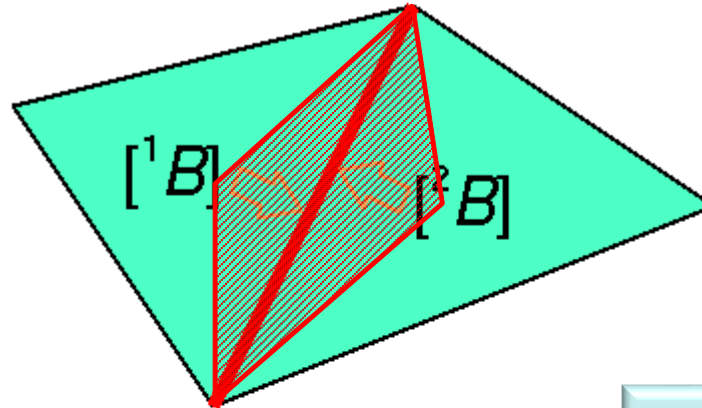
ES-FEM, EC-SSE, 提案手法の定式化概要の紹介

ES-FEMの定式化概要

- 各セルの $[B]$ を通常のFEMと同様に作る.
- 各セルの $[B]$ を周囲の**エッジ**に要素体積を重みとして配り,
エッジで平均化して $[{}^{\text{Edge}}B]$ を作る.
- **エッジ**の平滑化領域の量としてひずみ・応力・節点内力を計算する.

簡単のため
2次元の
3節点三角形
メッシュで
説明する

ガウス点が
各エッジ中心に
あるイメージ



ひずみ分布は
各平滑化領域内で
一定

$[{}^{\text{Edge}}B]$

Edge T

$\{f^{\text{int}}\}$

ES-FEM

三角形/四面体メッシュで
せん断ロックを
回避できるが

体積ロックは
回避できない.

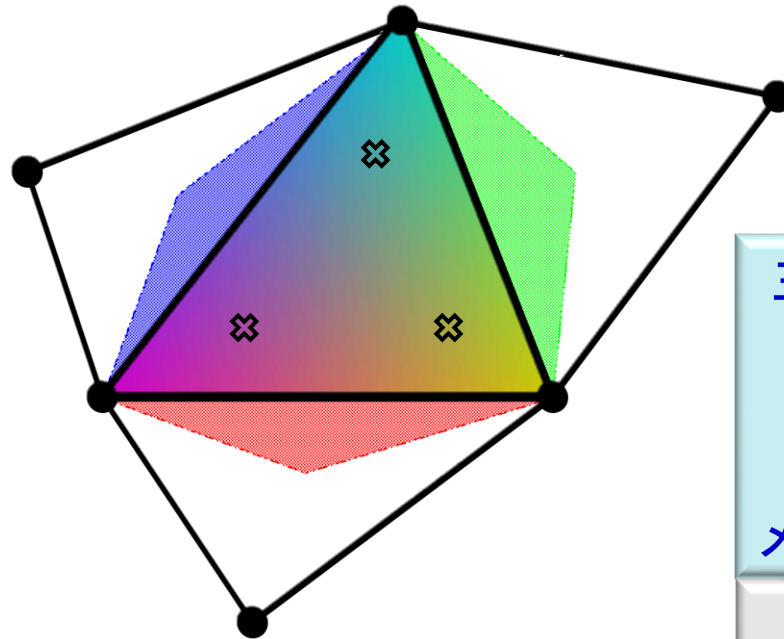
EC-SSEの定式化概要

- ES-FEMと同じ手順で各エッジの $[^{Edge}B]$ を作る.
- $[^{Edge}B]$ は各エッジ中心の物で, 各セル内で線形分布だと考える.
- $[^{Edge}B]$ をセル内の3ガウス点へと外挿して $[^{Gaus}B]$ を作る.
- $[^{Gaus}B]$ を用いてひずみ・応力を計算し, 三角形2次要素と同様にガウスの3点積分で節点内力を計算する.

簡単のため
2次元の
3節点三角形
メッシュで
説明する

ひずみ平滑化を
2回行って
ガウス点で
ひずみ/応力を
評価・積分する

ひずみ分布は
各セル内で線形
かつ
エッジ中心で連続



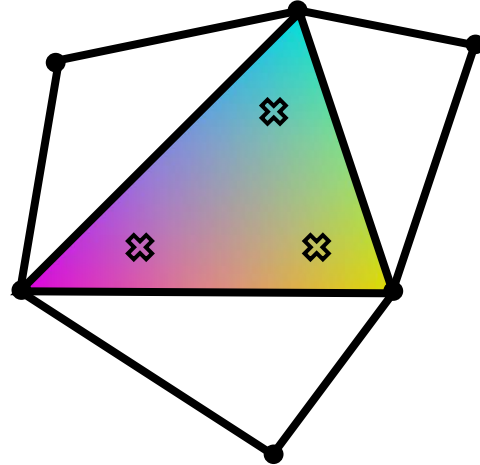
三角形/四面体メッシュで
せん断ロッキングを
回避できる上に,
ひずみ/応力の
メッシュ収束が極めて速い

体積ロッキングは
回避できない.

EC-SSE-SRI (提案手法) の定式化概要

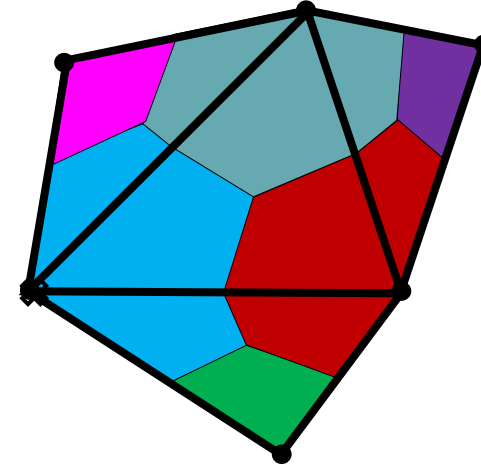
微圧縮材に対応するため、EC-SSEにSRIを適用。

(1) EC-SSEによる
各ガウス点での偏差ひずみの計算



(2) 各ガウス点での偏差応力と
その節点内力寄与の計算

(3) NS-FEMによる
各節点での体積ひずみの計算



(4) 各節点での静水圧応力と
その節点内力寄与の計算

選択的
低減積分
(SRI)

(5) 節点内力の計算

簡単のため
2次元の
3節点三角形
メッシュで
説明する

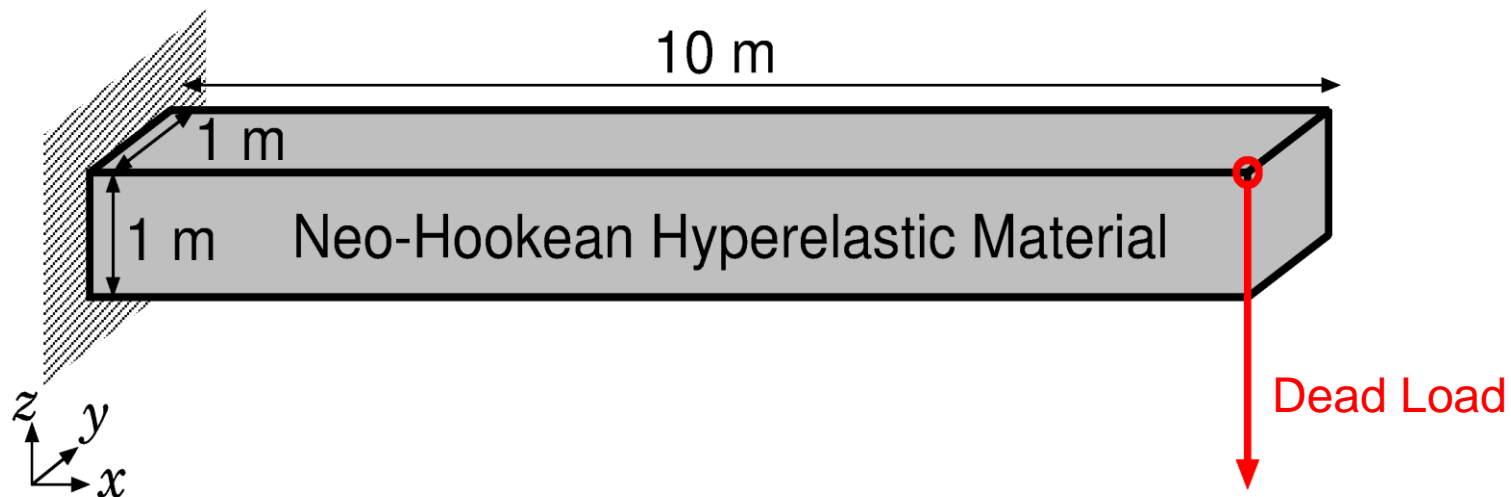
なお、3次元4節点四面体の場合は、 $[^{Edge}B]$ を再平滑化して $[^{Face}B]$ を作り、それをセル内4ガウス点へと外挿して $[^{Gaus}B]$ を作る。

予稿は繰り返し平滑
(NS \rightarrow NS $^{-1}$ \rightarrow NS)で
執筆しましたが、講演
はNS一発に変更して
おります。

結果と考察

解析例の紹介 と 計算コストの考察

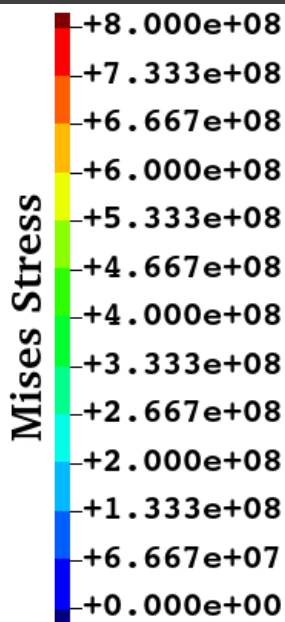
概要



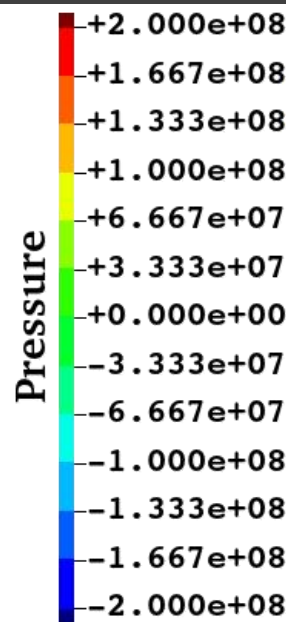
- 10 m x 1 m x 1 m の片持ち梁の先端に死荷重.
- Neo-Hook超弾性体 ($E_{ini} = 6$ GPa, $\nu_{ini} = 0.49$)
- 先端の最終たわみが約6.5 mの大たわみ問題.

片持ち梁の曲げ解析

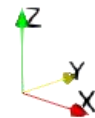
EC-SSE
-SRI-T4
の解析結果
(最終状態)



充分滑らかな
Mises応力分布
が得られており、
体積ロッキング
も回避できている。

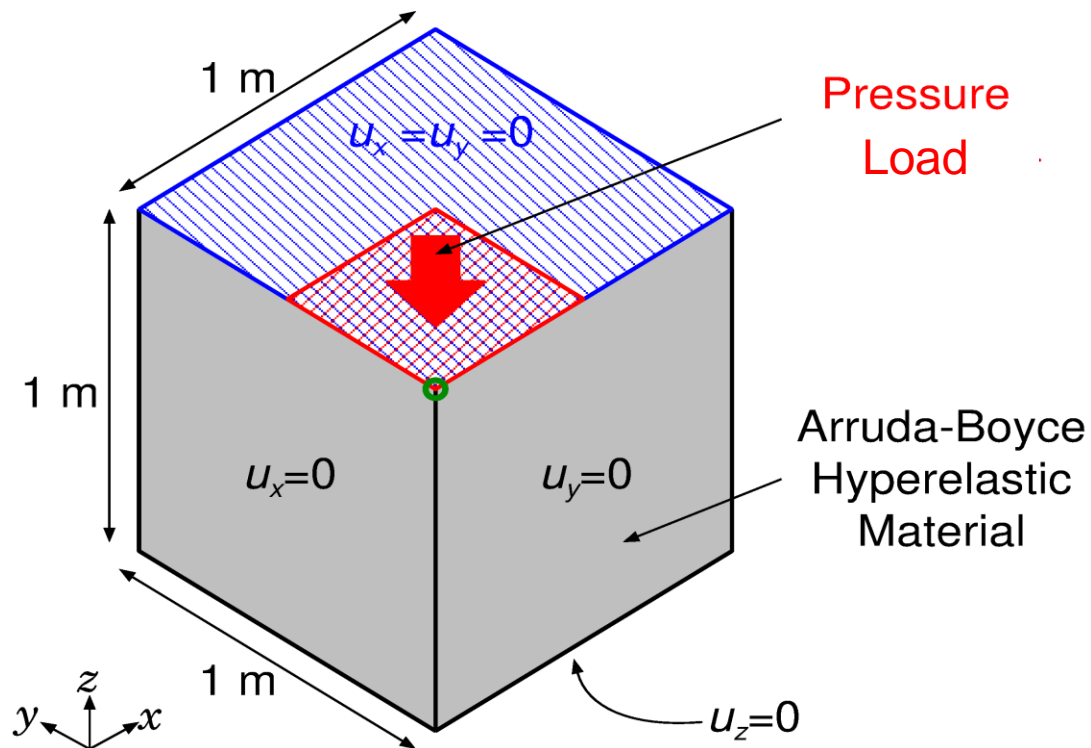


微妙なチラつき
は見られるが、
全体的には滑ら
かな圧力分布
が得られている。



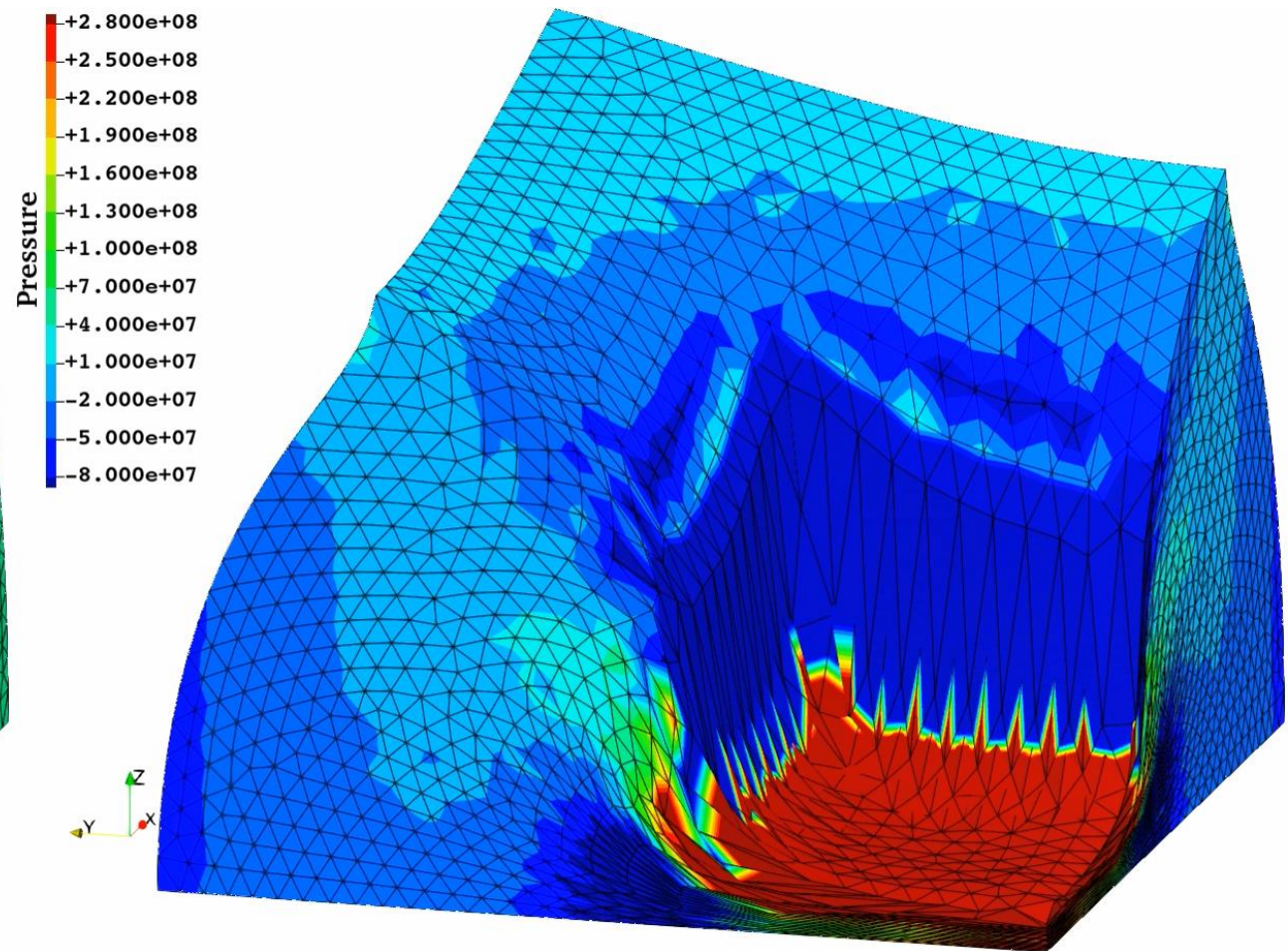
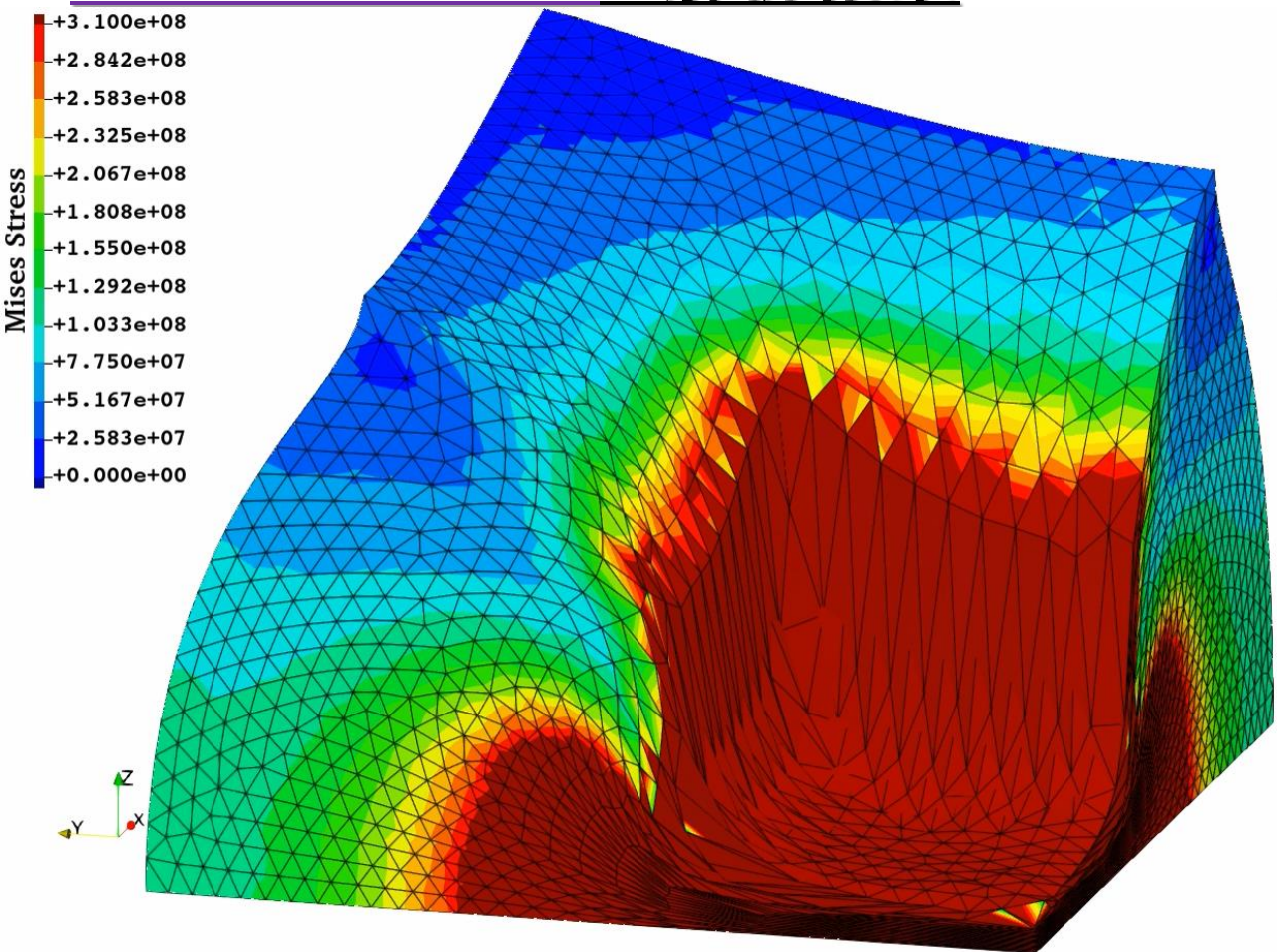
節点変位・反力
にも問題なし
(詳細略)

概要



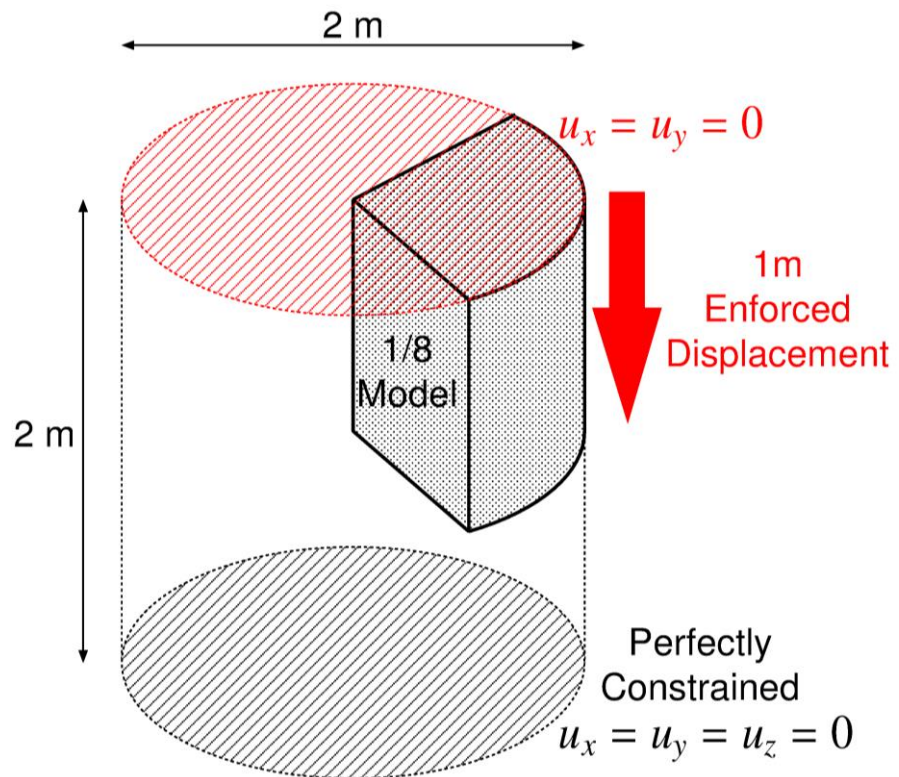
- 1/4モデル.
- Arruda-Boyce超弾性体 ($\nu_{ini} = 0.49$).
- 上面の1/4の領域に圧力を加えて押し込む.

EC-SSE-SRI-T4の解析結果



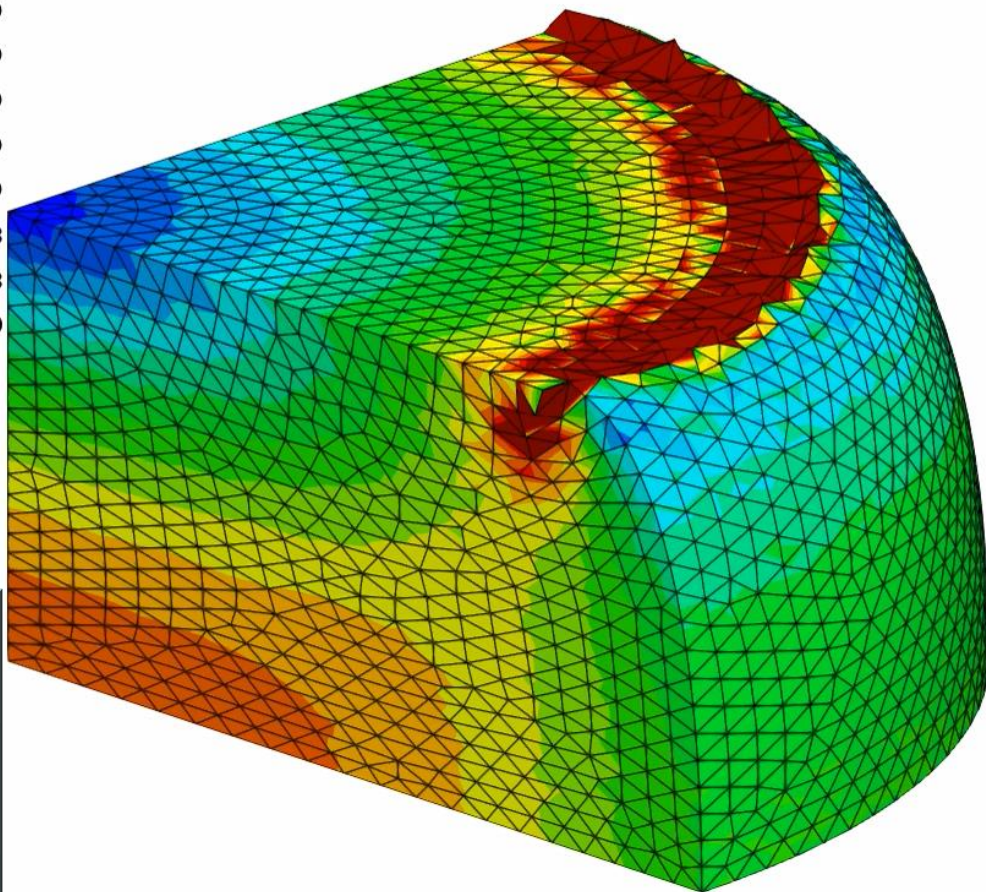
Mises応力/圧力分布に大きな問題はなく
大変形ロバスト性も充分.

概要



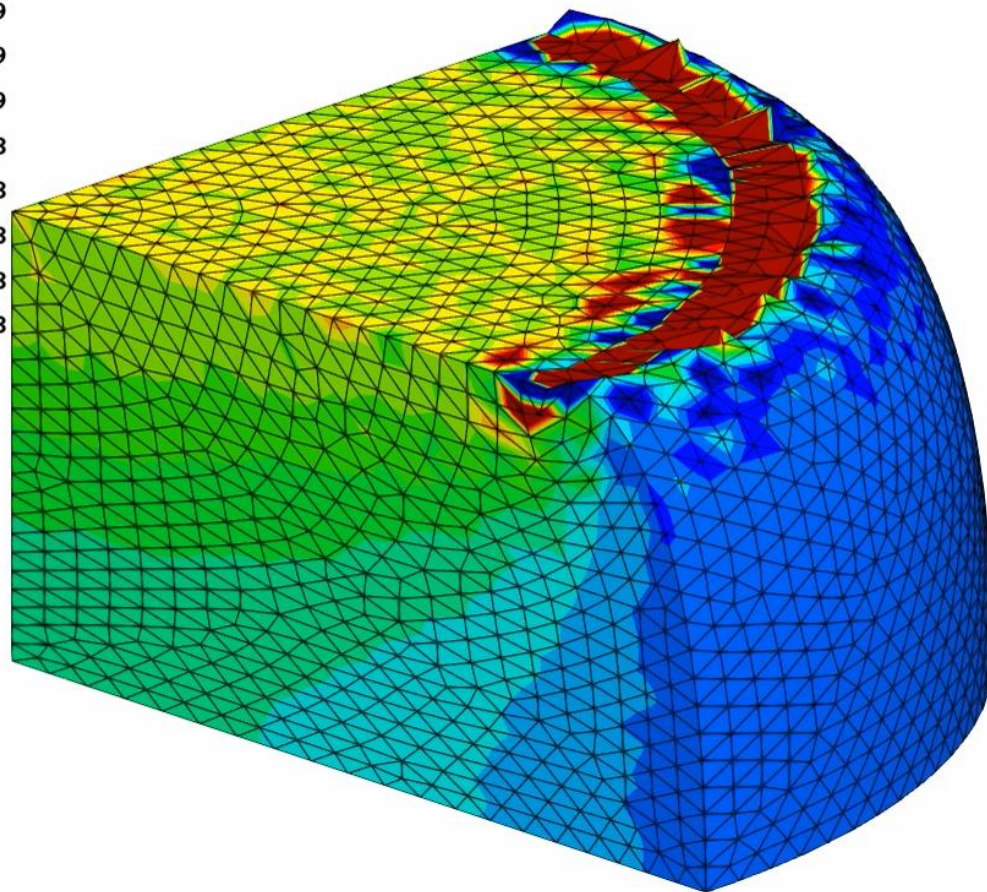
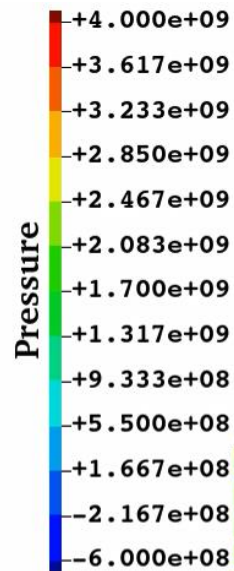
- 上面を面内拘束し軸方向に下向き強制変位.
- Neo-Hook超弾性体 ($E_{ini} = 6 \text{ GPa}$, $\nu_{ini} = 0.49$)

EC-SSE-SRI-T4の解析結果



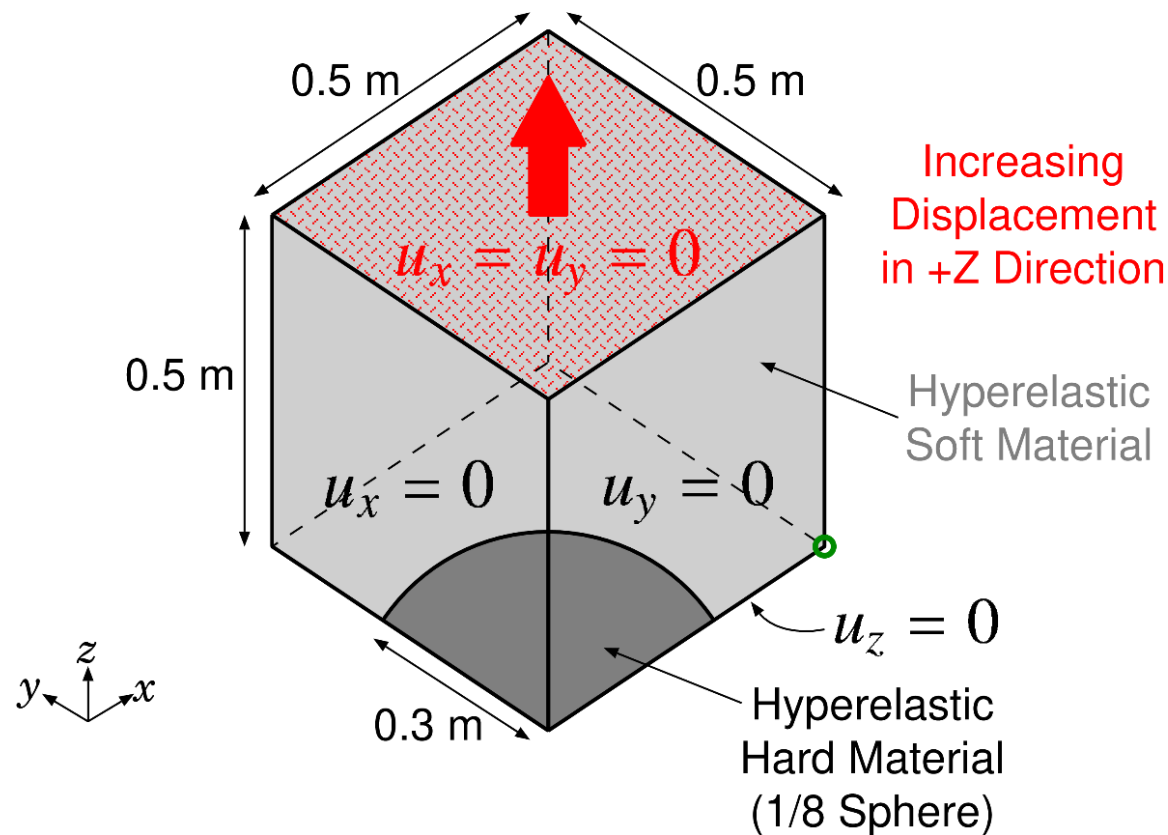
37%公称
圧縮で
収束困難

Mises応力
分布に問題
はなく大変形
ロバスト性も
程々



圧力分布は
上面にやや
チラつきが多
く見られるが
許容範囲

概要



■ 1/8モデル

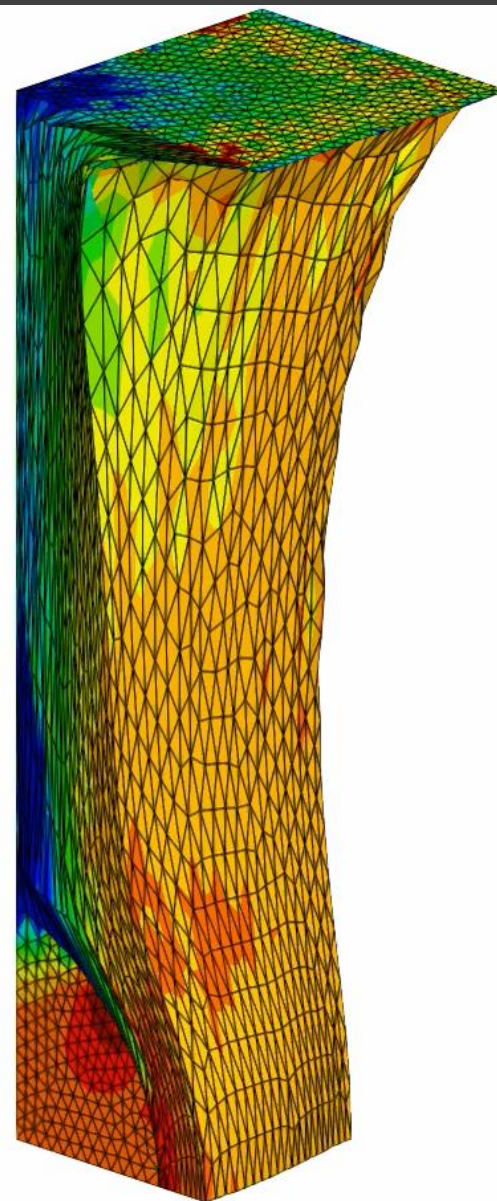
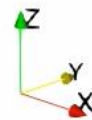
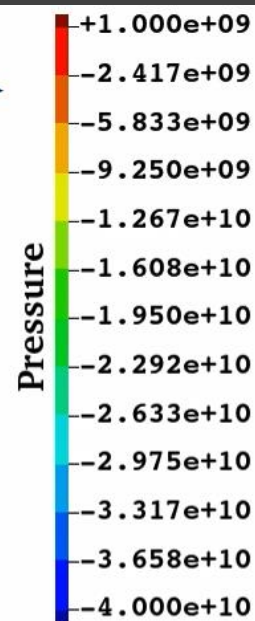
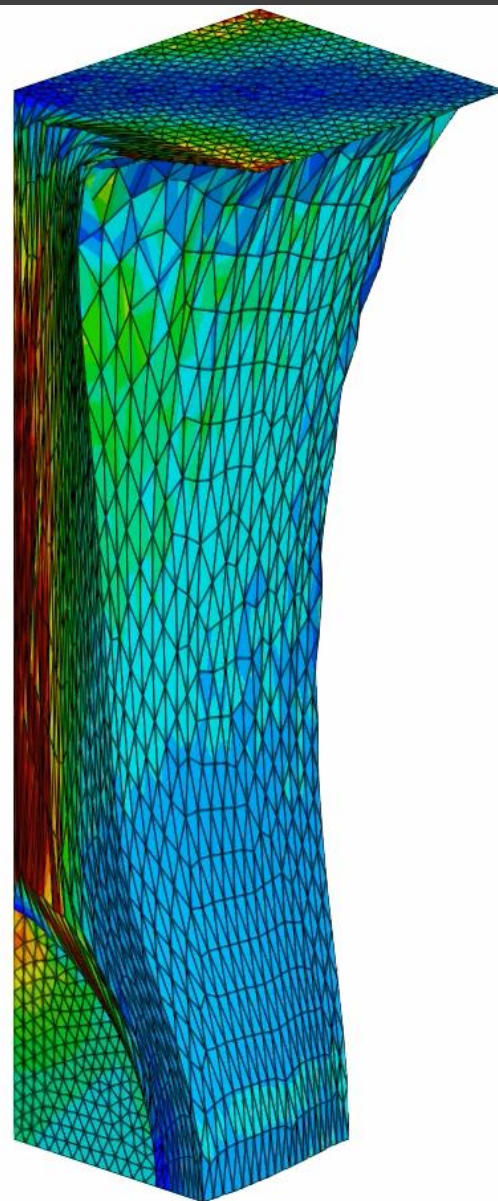
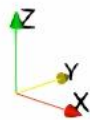
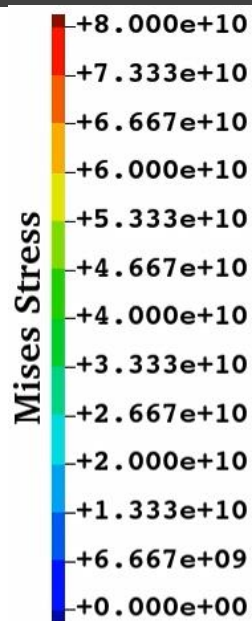
■ 鉄ファイラー: Neo-Hook超弾性体 ($E_{ini} = 260$ GPa, $\nu_{ini} = 0.3$)

■ ゴム: Neo-Hook超弾性体 ($E_{ini} = 6$ GPa, $\nu_{ini} = 0.49$)

EC-SSE -SRI-T4 の解析結果

221%公称
引張で
収束困難

Mises応力分布に
問題はなく、実用
上十分な大変形口
バスト性がある。



圧力分布はゴム
部の上面にやや
ちらつきが多く見ら
れるが許容範囲。

提案手法(EC-SSE-SRI-T4)の計算時間に関する考察

- 陰解法の計算時間の大部分は剛性方程式を解くことに費やされるため、剛性マトリックスのサイズが計算時間に直結する。
- EC-SSE-SRI-T4は純粹な変位形の定式化なので、剛性マトリックスの行数/列数(自由度の数 N)はFEM-T4と全く同じ。
- EC-SSE-SRI-T4は要素をまったく歪み平滑化を行うため、剛性マトリックスのバンド幅はFEM-T4の約6.7倍になる。

定式化	バンド幅	対FEM-T4比
FEM-T4	約14節点×3自由度	1
FEM-T10	約28節点×3自由度	2.0
ES-FEM-T4	約45節点×3自由度	3.2
NS-FEM-T4	約60節点×3自由度	4.3
EC-SSE-T4, EC-SSE-T4-SRI	約94節点×3自由度	6.7

ちなみに、予稿の定式化(NS → NS⁻¹ → NS)だと23.9倍になる。

- 従って、EC-SSE-SRI-T4の計算時間は同メッシュのFEM-T4の約6.7倍になる。

提案手法(EC-SSE-SRI-T4)の計算時間に関する考察

- メッシュを細かくし, FEM-T4で計算時間を6.7倍に増やして良いなら……
 - 直接法による行列の球解を $O(N^2)$ と考えると, 節点数($\propto N$)を2.6倍に増やせる.
⇒メッシュ長(節点間距離)を0.7倍に小さく出来るだけ.
⇒せん断ロッキングを回避するにも程遠い.
 - メッシュを幾ら細かくしても, 微圧縮問題の体積ロッキングと圧力チェッカーボーディングはそもそも防げない.
 - かと言って, あまりにも遅いと業務時間内に計算結果が得られないので, 限度はある.

「FEM-T4の6.7倍の計算時間」は
多くの問題で許容範囲内だと思のですが,
皆様はどう思われますでしょうか？

まとめ

EC-SSE-SRI-T4のまとめ

- EC-SSE-T4を改良した新たなS-FEM定式化「EC-SSE-SRI-T4」を開発し、
そこそこ上手く行きました!!
 - 目論見通り、ポアソン比**0.49**までの微圧縮問題でせん断/体積ロッキングを回避し、
実用上問題ないレベルで圧力チェッカーボーディングも抑制された。
 - 比較的優秀な大変形ロバスト性も確保された。
 - 同メッシュでの計算時間はFEM-T4の約6.7倍に増えるが、利用価値は充分あると考えられる。
- 【補足】
- T10のS-FEMで問題となっていた偏差応力振動は一切生じなかった。
 - 体積ひずみの繰り返し平滑(NS→CS→NS)を行えば圧力チェッカーボーディングはより強力に抑制できることは分かっているが、剛性行列のバンド幅が激増する(3次関数的にバンド幅が増える)ため、あまり現実的ではない。
 - SelectiveES/NS-FEMと比較すると、計算時間は多少増えるもののせん断応力の精度が大幅に上昇する。体積成分の計算法は全く同じNS-FEMなのに圧力チェッカーボーディングが相当改善されたが、原因は不明。
 - F-barとSRIのどちらが良いかもまだ未検討。

EC-SSE-SRI-T4の実用化に乞うご期待!!

ご清聴ありがとうございました。

付録

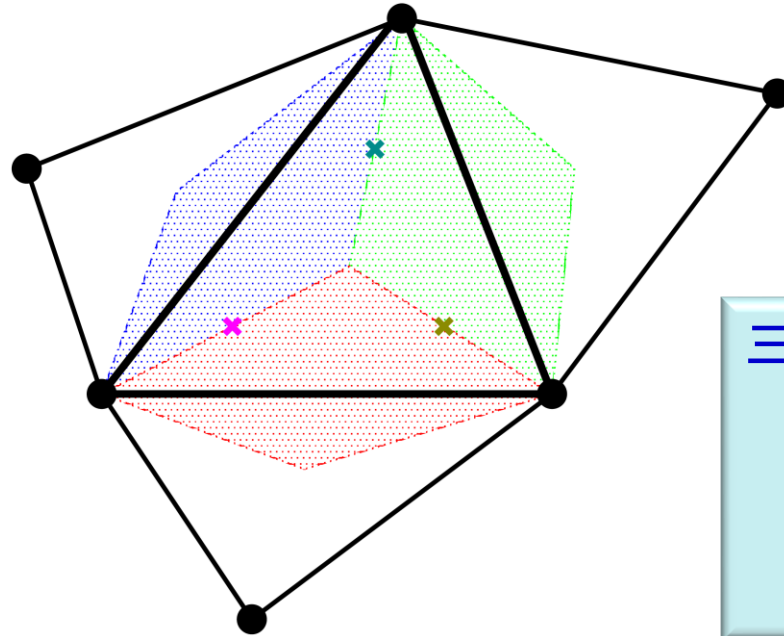
SSEの定式化概要

- ES-FEMと同じ手順で各エッジの $[^{Edge}B]$ を作る.
- $[^{Edge}B]$ は各エッジ平滑化領域内でひと先ずは一定だと考える.
- $[^{Edge}B]$ をセル内の3ガウス点で平均化して $[^{Gaus}B]$ を作る.
- $[^{Gaus}B]$ を用いてひずみ・応力を計算し, 三角形2次要素と同様にガウスの3点積分で節点内力を計算する.

簡単のため
2次元の
3節点三角形
メッシュで
説明する

ひずみ平滑化を
2回行って
ガウス点で
ひずみ/応力を
評価・積分する

ひずみ分布は
各セル内で線形

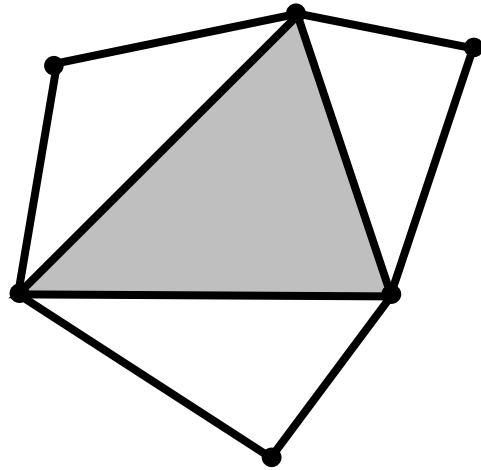


三角形/四面体メッシュで
せん断ロッキングを
回避できる上に,
ひずみ/応力の
メッシュ収束が速い.

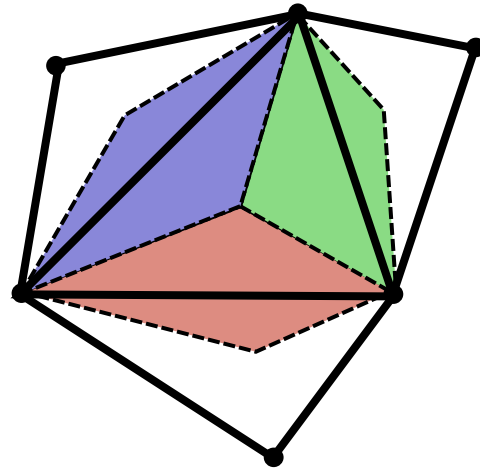
定式化の違い

各定式化のひずみ分布

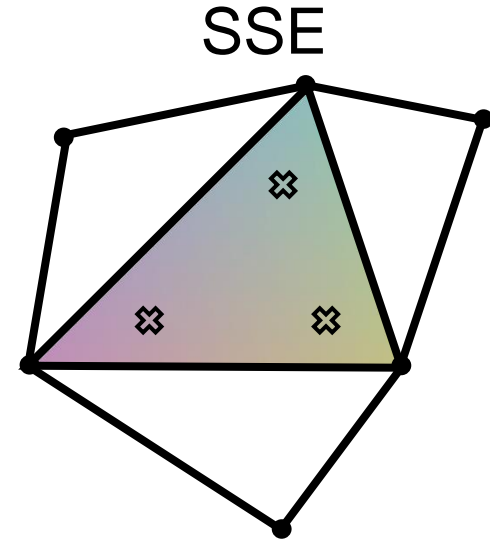
- FEMとES-FEMはひずみが区分一定で、区分が異なる。
- SSEとEC-SSEはひずみが区分線形で、連続性の有無が異なる。



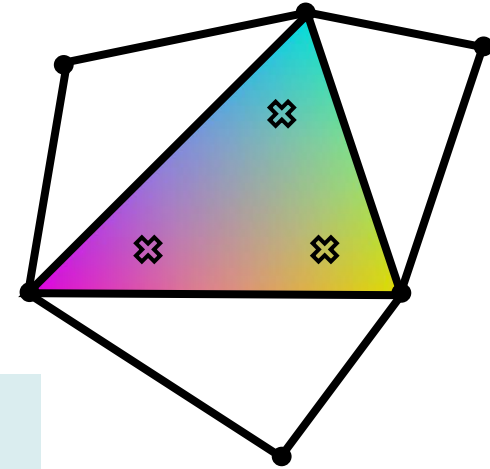
FEM



ES-FEM



SSE



EC-SSE

簡単のため
2次元の
3節点三角形
メッシュで
説明する

計算時間を度外視すれば、
EC-SSEはT3/T4メッシュで
高精度なひずみ/応力が期待できる。