

四面体を用いたF-barES-FEM-T4による 微圧縮性材料の動的陽解法

飯田 稜也, 大西 有希, 天谷 賢治
東京工業大学



研究背景・研究目的



研究目的

実現したい解析

ゴムの衝突や接触を含む動的・大変形解析

そのために...

- (1)任意形状の大変形解析に利用できる**四面体1次要素**
- (2)ロッキング・圧力振動を防げる**微圧縮性に強い要素**
- (3)変位型変分原理に基づく**陽解法に適用できる要素**

が必要！

(1)なぜ四面体1次要素か

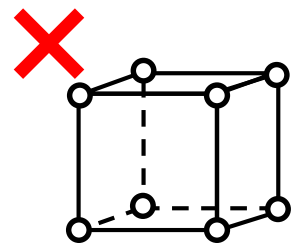
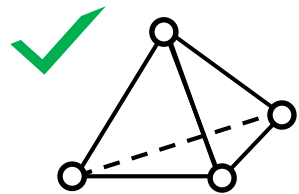
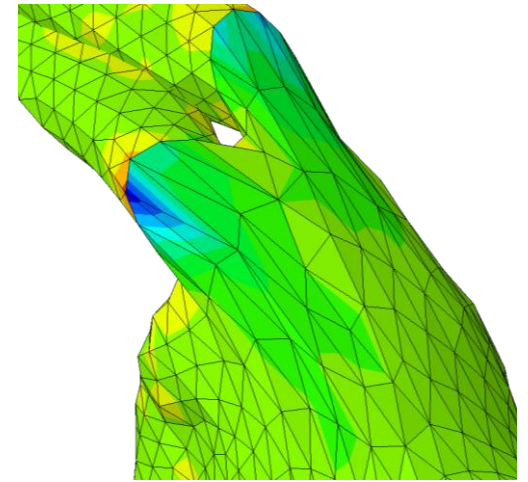
メッシュ固定のFEMでは要素が
つぶれてしまい、解析精度が大幅に悪化する



メッシュリゾーニングが不可欠



任意形状に対しては
四面体要素でしか自動でメッシングできない

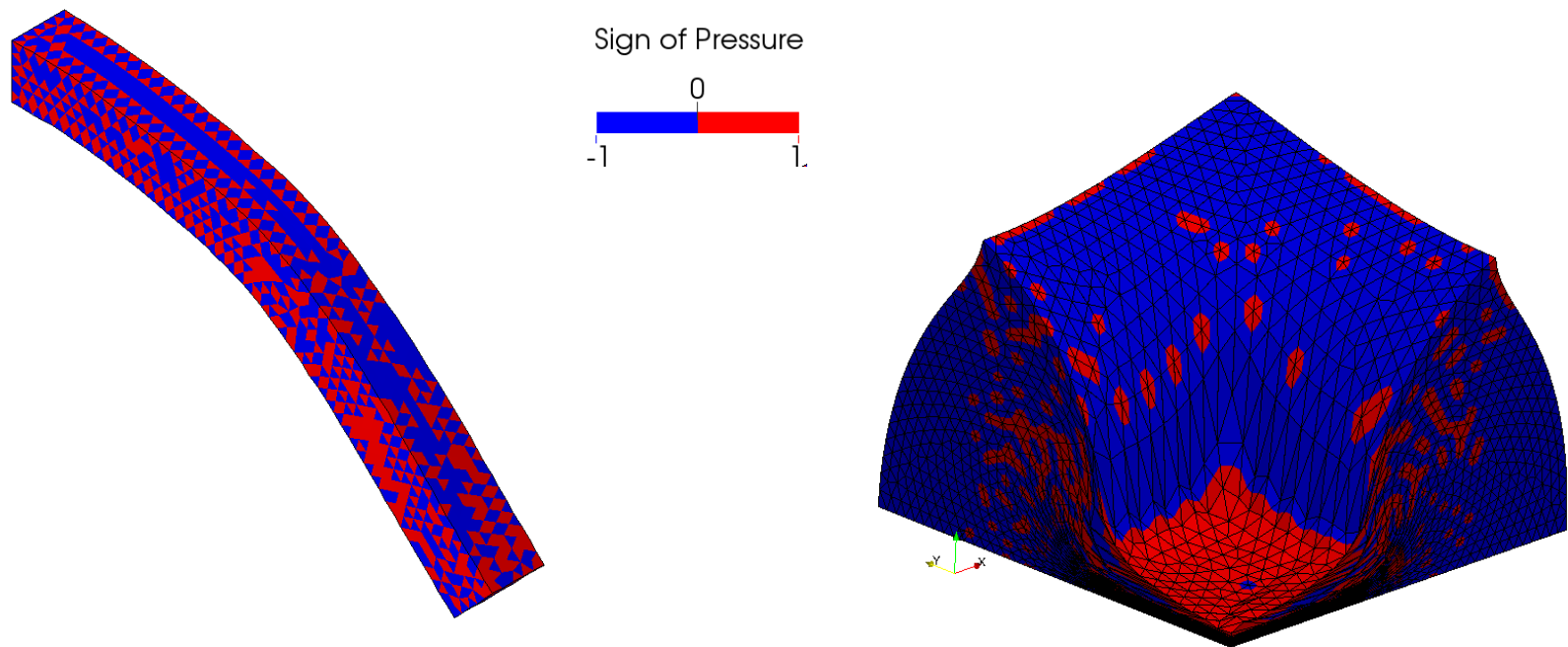


加えて大変形だと、ロバスト性の観点から低次要素が好まれる

(2)なぜ微圧縮性に強い要素か

ゴムのような微圧縮性材料の解析では

ロッキングや圧力振動が生じる



定式化の工夫が必要



(3)なぜ陽解法か

動的問題の解法

陰解法・・・長時間の応答解析に優れている

陽解法・・・短時間の過渡応答解析に優れている

衝突・接触

■ 微圧縮に強い四面体要素であるハイブリッド要素はそのままの形で陽解法に適用できない

■ すべての条件をみたす万能な要素は未だ存在しない!

研究目的

実現したい解析

ゴムの衝突や接触を含む動的・大変形解析

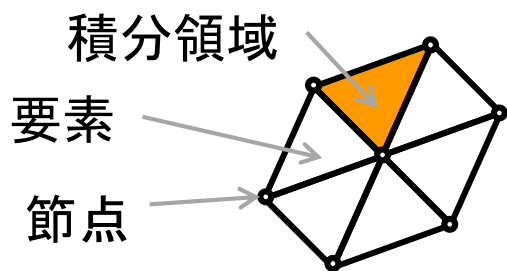
そのために...

- (1)任意形状の大変形解析に利用できる**四面体1次要素**
- (2)ロッキング・圧力振動を防げる**微圧縮性に強い要素**
- (3)変位型変分原理に基づく**陽解法に適用できる要素**

が必要！

提案手法

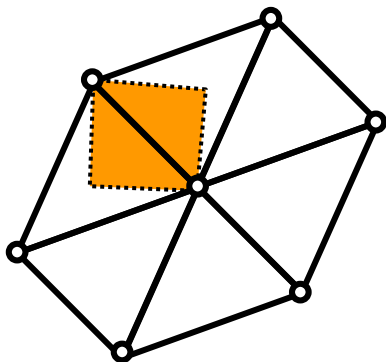
おさらい(1) 平滑化有限要素法



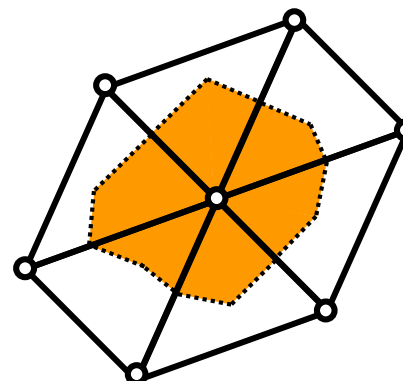
従来の有限要素法

要素ごとに積分して節点内力を計算

平滑化有限要素法(S-FEM)



ES-FEM(*Edge based S-FEM*)
-辺ごとに積分



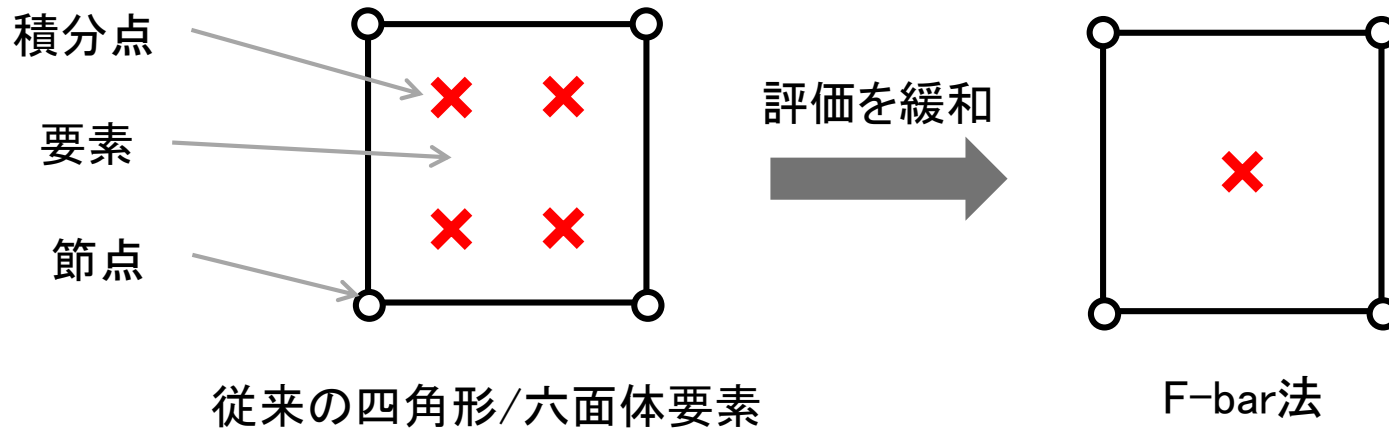
NS-FEM(*Node based S-FEM*)
-節点ごとに積分

曲げ解析に優れた要素

圧力振動を緩和できる要素



おさらい(2) F-bar法



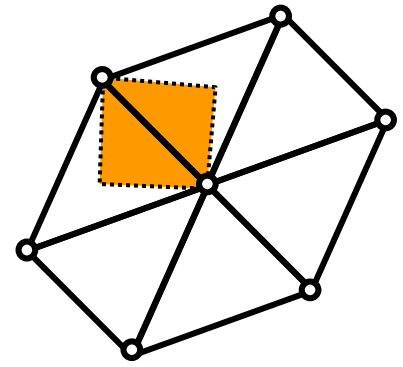
- 体積変化成分の積分評価を緩めた変形勾配 \bar{F} をつくり**体積ロッキングを回避**
- 四面体要素には適用できない

この「体積変化の評価を緩める」アイデアを利用!

F-bar ES-FEM

エッジ回りの変形勾配を乗算分解

$$\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{F}_{iso} \cdot \tilde{\mathbf{F}}_{vol}$$



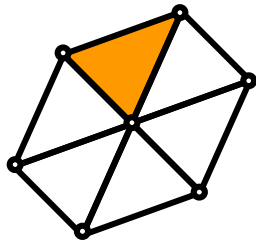
ES-FEM

F-bar ES-FEM

以下のようにエッジのF-barを計算する

$$\bar{F} = F_{iso} \cdot \tilde{F}_{vol}$$

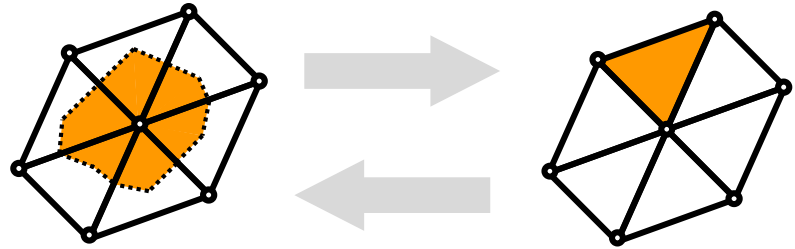
等積変形部分



FEM

隣接する要素の値をそのまま平滑化する

体積変形部分

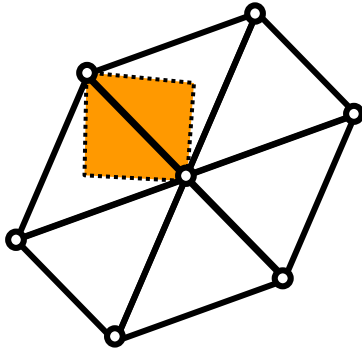


NS-FEM

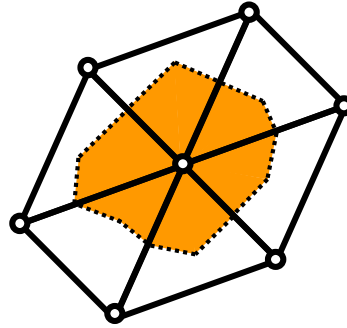
FEM

- (1)要素の値で節点の値を計算
 - (2)節点の値で要素の値を計算
- (1)(2)を必要回数繰り返す
(cyclic smoothing)

F-bar ES-FEM



ES-FEM
曲げ解析○



NS-FEM
圧力振動を緩和○

$$\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{F}_{iso} \cdot \tilde{\mathbf{F}}_{vol}$$

F-bar法
体積ロッキング回避○

ES-FEM に等積変形部分 }
 NS-FEM F-bar法に体積変化部分 } を担当させることで

ロッキングフリー・圧力振動なしの
 万能な四面体1次要素が期待できる

運動方程式の離散化

運動方程式は以下のように表せる

$$[M]\{\ddot{\mathbf{u}}\} = \{\mathbf{f}^{ext}\} - \{\mathbf{f}^{int}(\mathbf{u})\}$$

$[M]$: 集中質量マトリックス

$\{\mathbf{f}^{ext}\}$: 外力ベクトル

$\{\mathbf{f}^{int}(\mathbf{u})\}$: 内力ベクトル(提案手法で計算)

この2階の微分方程式を**速度Verlet法**で解く

参考: 速度Verlet法

1. 前の時刻の諸量で次の時刻の節点変位 $\{\mathbf{u}_{n+1}\}$ を表す

$$\{\mathbf{u}_{n+1}\} = \{\mathbf{u}_n\} + \{\dot{\mathbf{u}}_n\}\Delta t + \frac{1}{2}\{\ddot{\mathbf{u}}_n\}\Delta t^2$$

2. $\{\mathbf{u}_{n+1}\}$ を運動方程式に代入して節点加速度 $\{\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}\}$ を表す

$$\{\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}\} = [M^{-1}](\{\mathbf{f}^{ext}\} - \{\mathbf{f}^{int}(\mathbf{u}_{n+1})\})$$

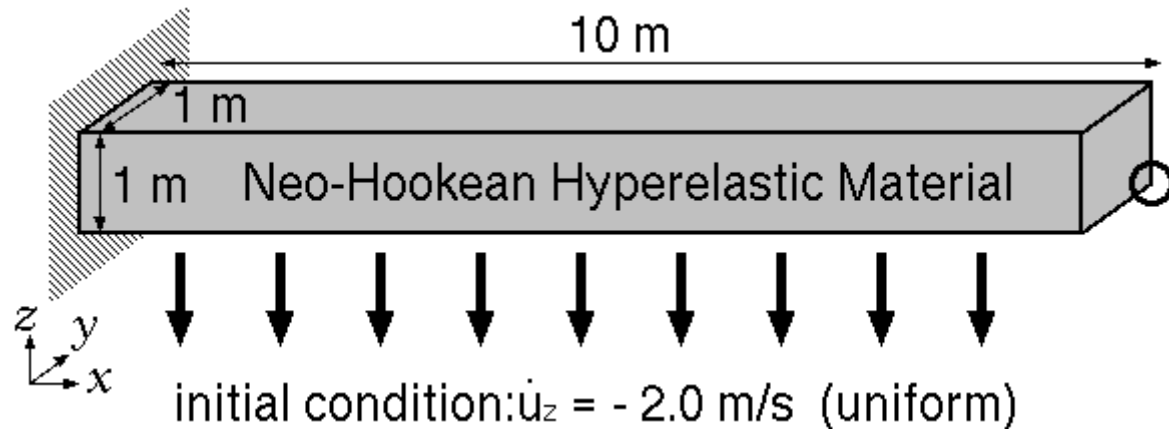
3. $\{\dot{\mathbf{u}}_{n+1}\}$ を次のように表す

$$\{\dot{\mathbf{u}}_{n+1}\} = \{\dot{\mathbf{u}}_n\} + (\{\ddot{\mathbf{u}}_n\} + \{\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}\})\Delta t/2$$

- ・ルンゲクッタ法よりも長時間の解析でも発散しにくい解法
- ・時間について2次精度のシンプレティック解法

解析結果

解析例(1) 片持ち梁の曲げ変形



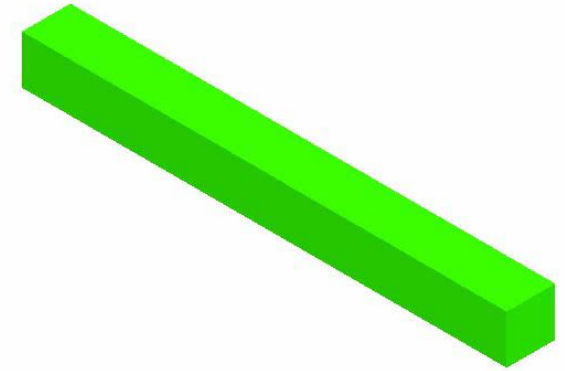
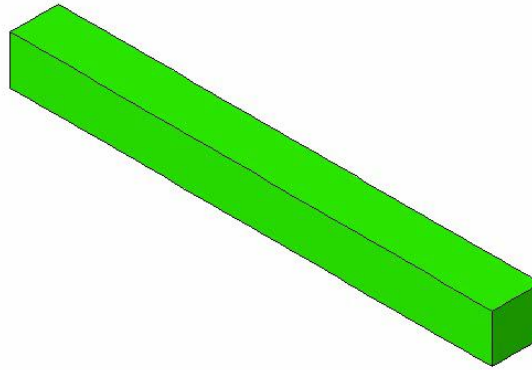
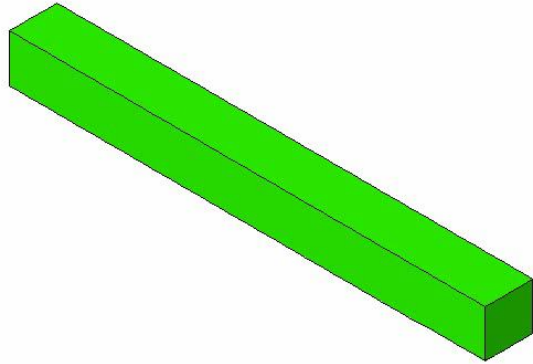
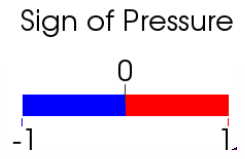
初期ヤング率: 6.0 MPa
初期ポアソン比: 0.499
密度 10000 kg/m³

ゴムを模した Neo-Hookean 超弾性体

一様な初速度を鉛直下向きに与える

この問題を陽解法で解いていく

変形の様子



ABAQUS C3D4
四面体1次要素

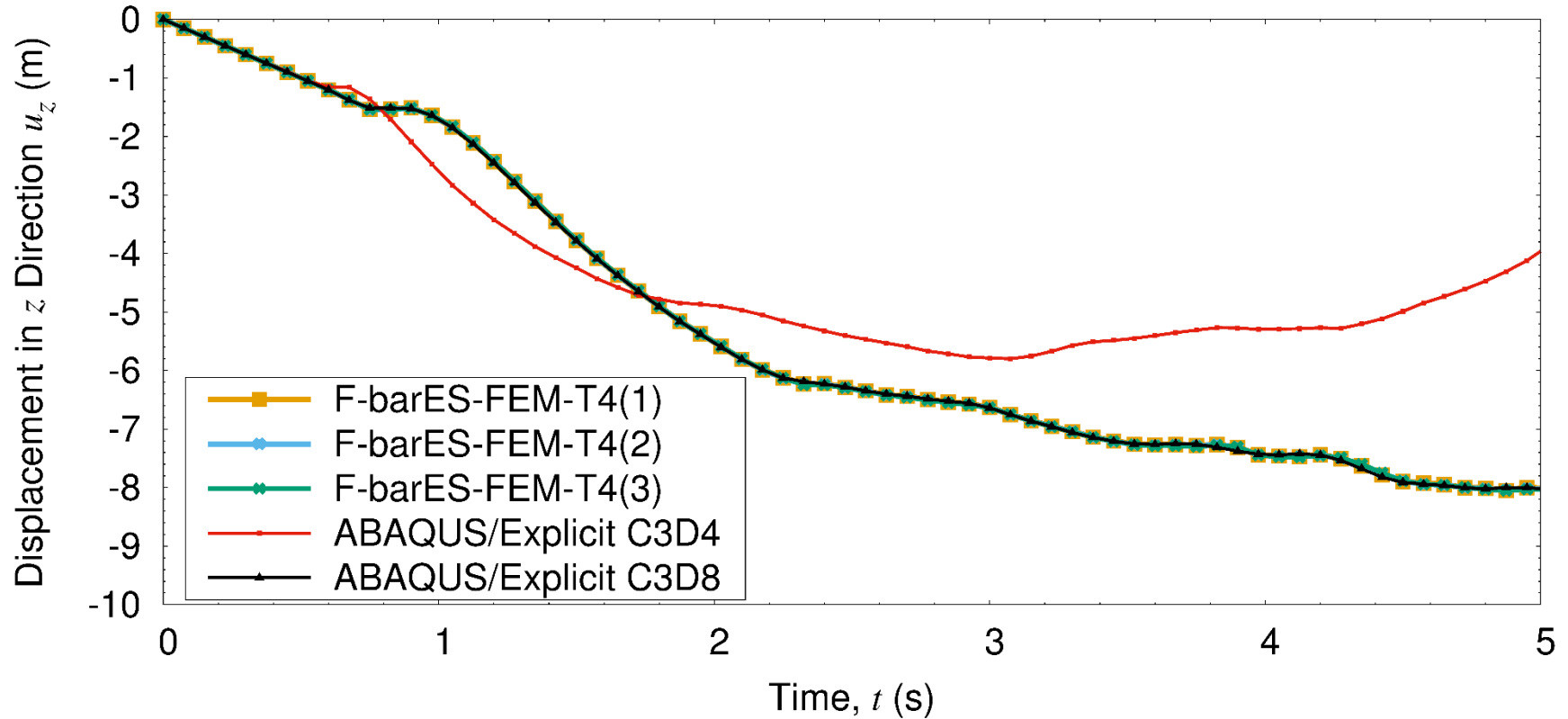
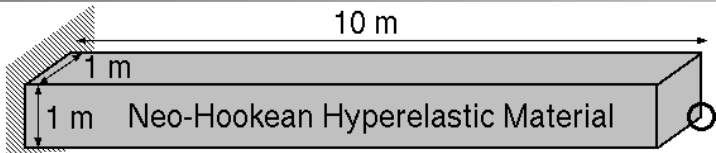
ABAQUS C3D8
六面体Selective要素

F-barES-FEM(2)
提案手法

X ロッキング・圧力振動あり

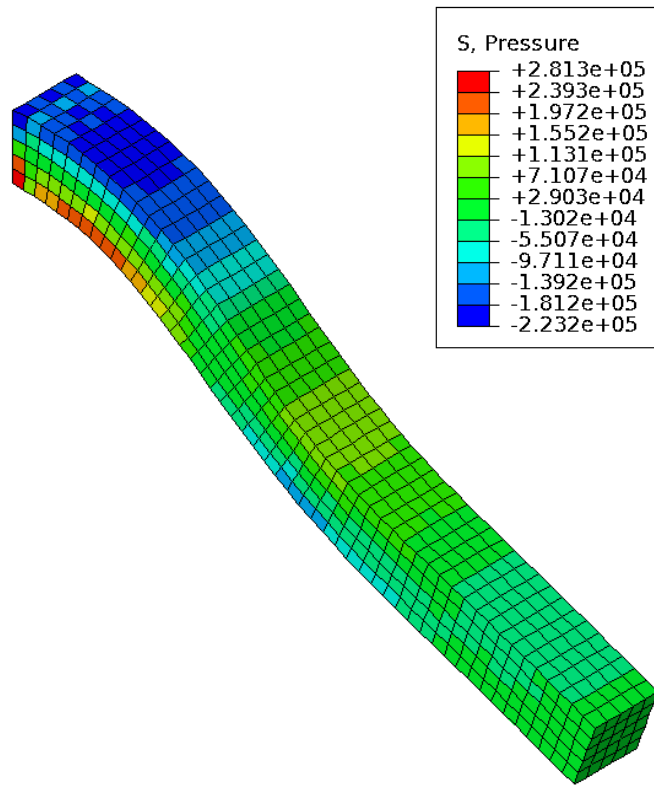
提案手法はロッキング・圧力振動を起こさず解析できている

変位の時間変化

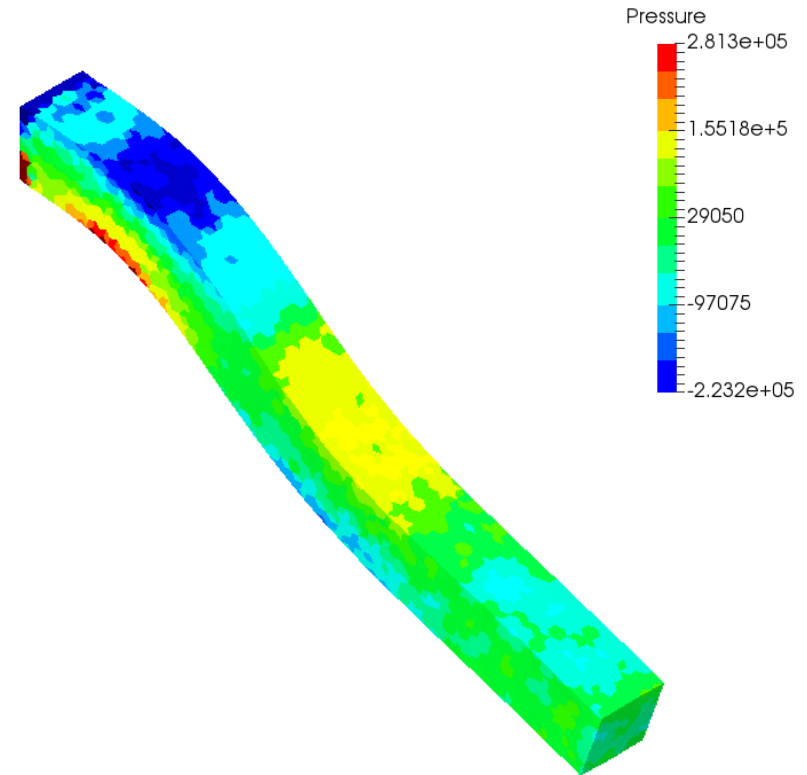


- 提案手法はロッキングを起こしていない
- 平滑化の回数によらず、変位については一致している

時刻 $t=1.5s$ 圧力分布



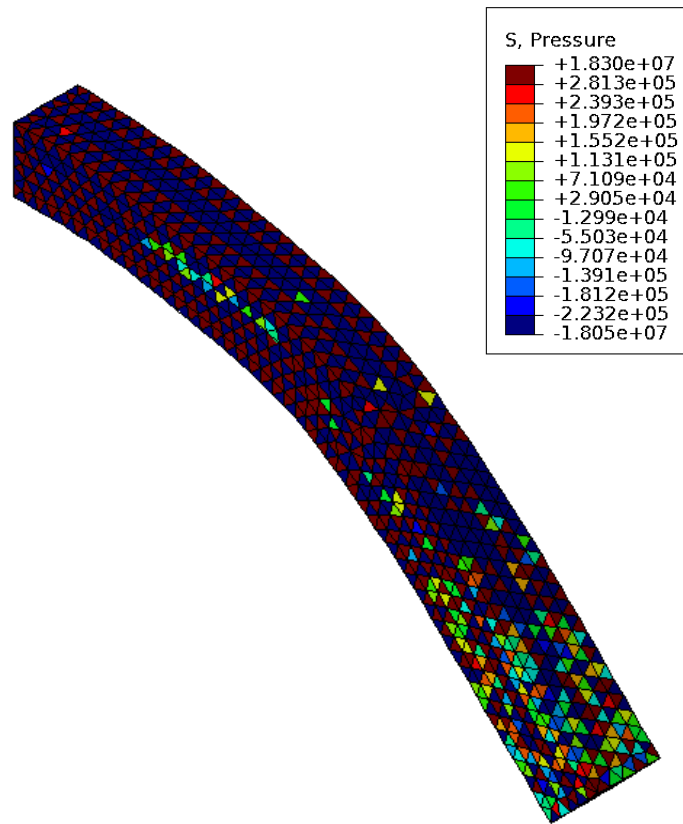
参照解:
ABAQUS C3D8



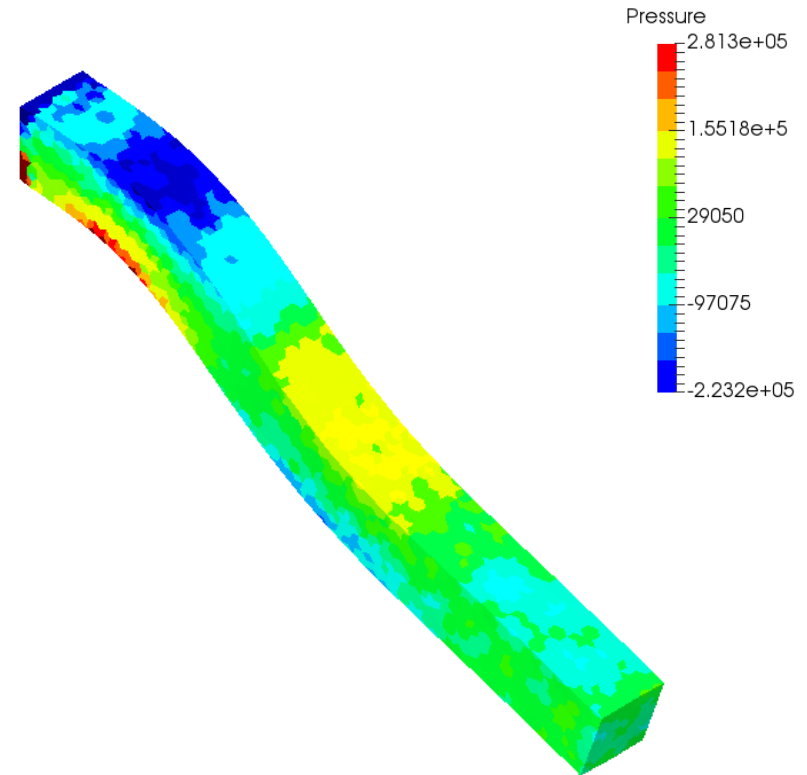
F-barES-FEM(2)
提案手法

十分な精度で圧力分布を示せている

時刻 $t=1.5s$ 圧力分布



ABAQUS C3D4



F-barES-FEM(2)
提案手法

従来の四面体1次要素よりもはるかに高性能

解析例(2) 円柱のモード解析

上段 鉄鋼材料

ヤング率: 200 GPa

ポアソン比: 0.3

密度: 7800 kg/m³

平滑化: 0回

下段 ゴム材料

ヤング率: 6.0 MPa

ポアソン比: 0.499

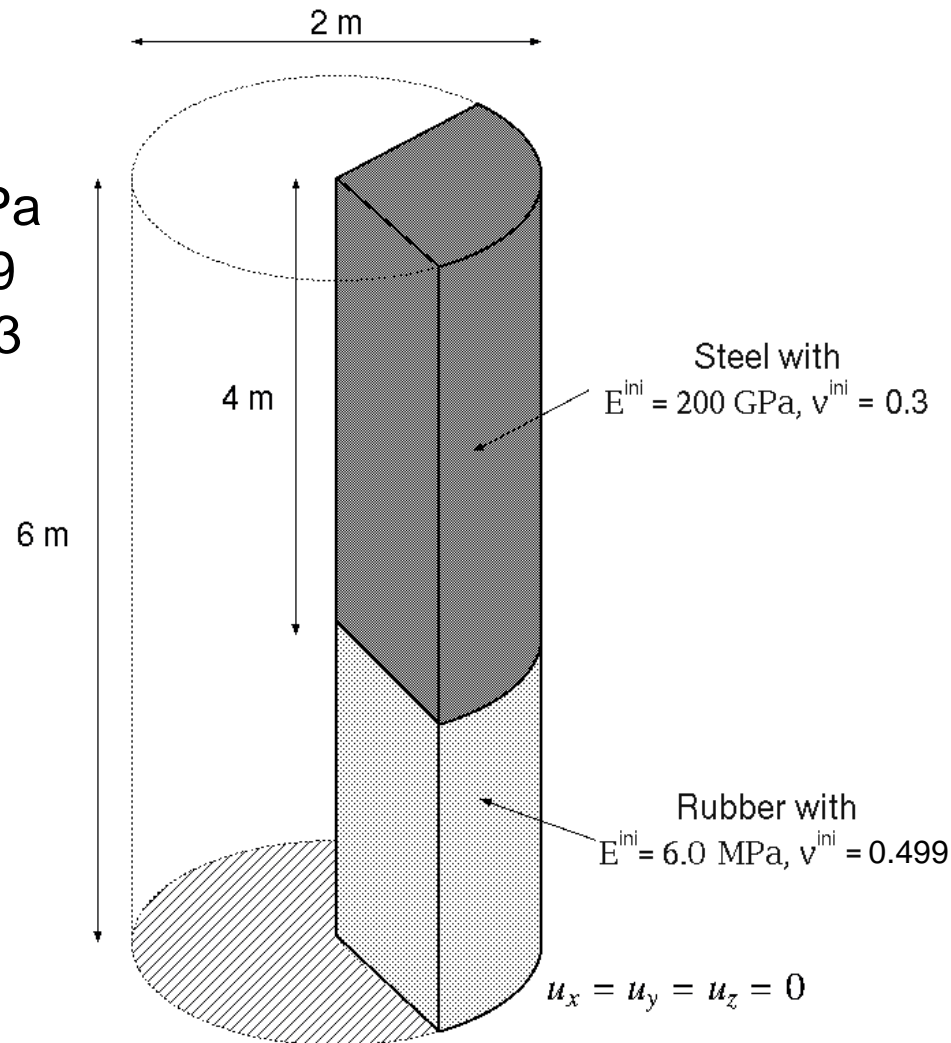
密度: 920 kg/m³

平滑化: 2回

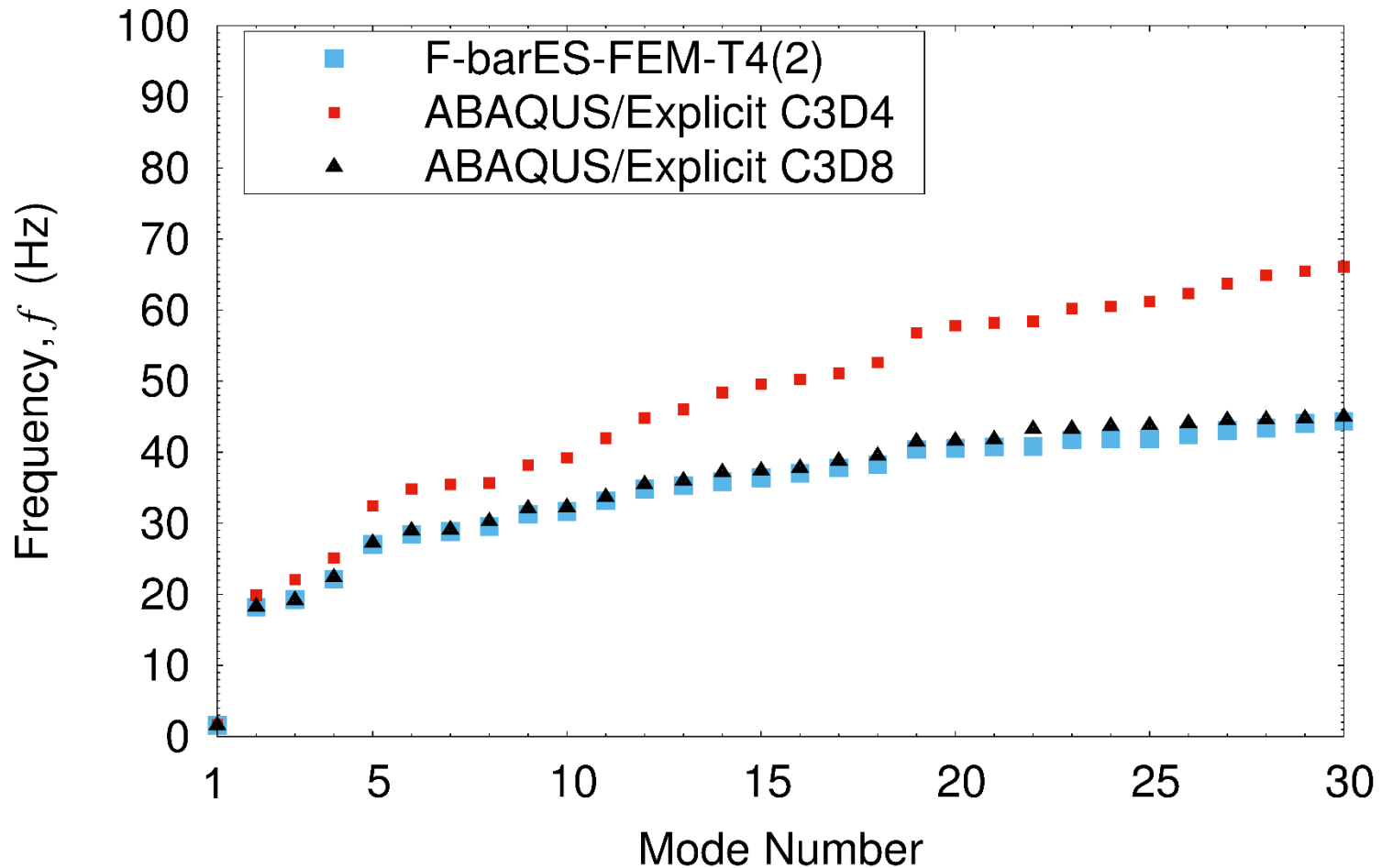
■ 材料は**線形弾性モデル**

■ 底を完全拘束した円柱の
1/4モデルのモード解析

■ ただし、ねじり・曲げのモードは
現れない



各要素の固有振動数



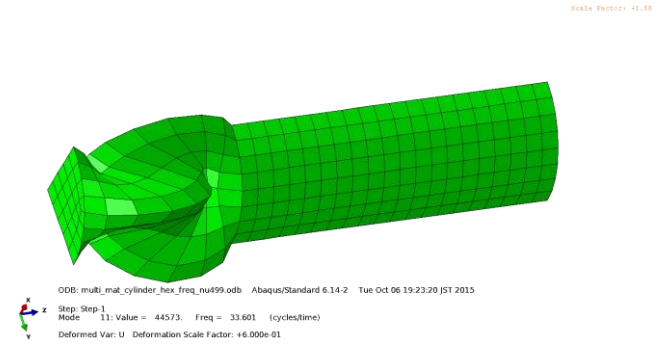
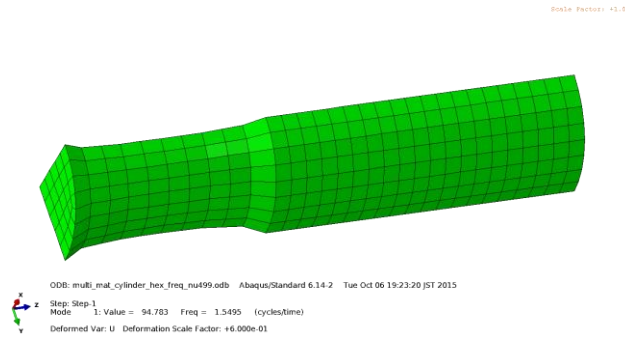
固有振動数は十分な精度で再現できている

モード形状

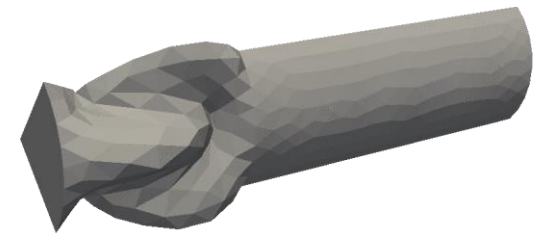
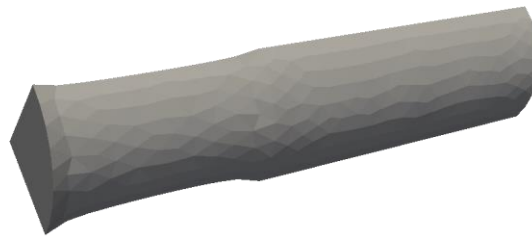
1次モード

11次モード

ABAQUS C3D8



F-barES-FEM(2)
提案手法

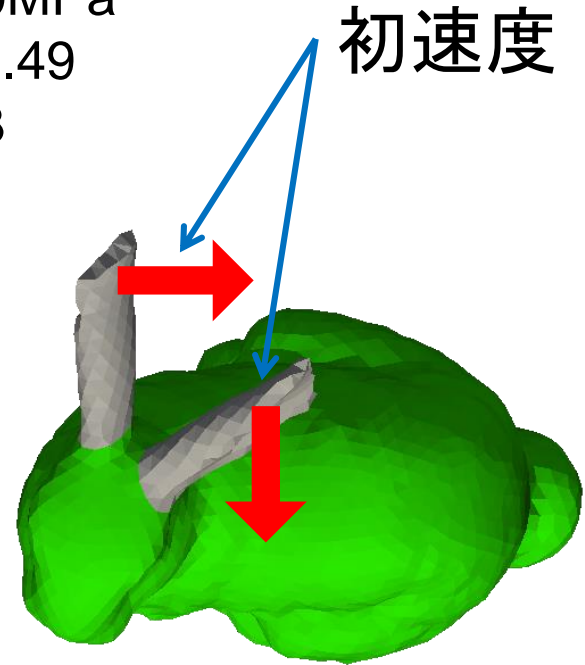
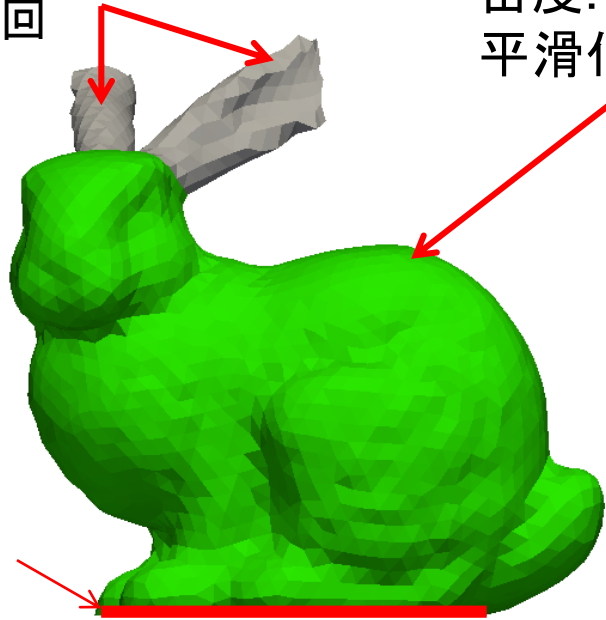


比較的高次のモードまで一致している

解析例(3) 複雑形状の大変形

耳・・・鉄鋼材料
初期ヤング率: 200 GPa
初期ポアソン比: 0.3
密度: 7800 kg/m³
平滑化: 0回

そのほか・・・ゴム材料
初期ヤング率: 6.0MPa
初期ポアソン比: 0.49
密度: 920 kg/m³
平滑化: 1回

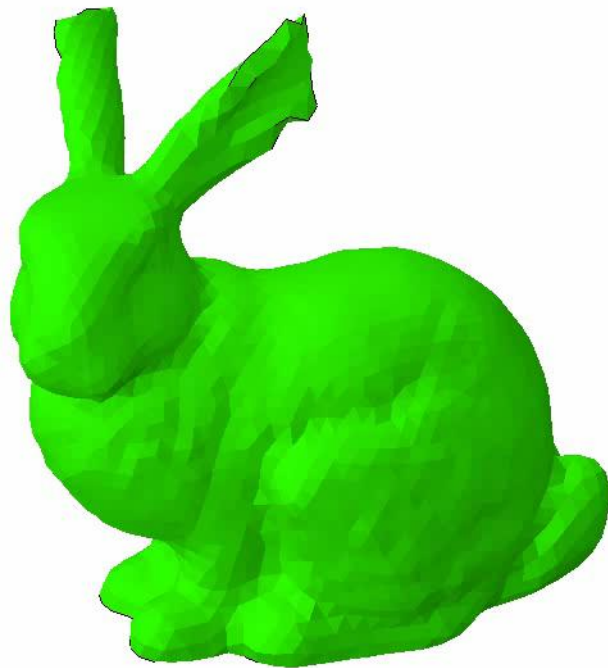


完全拘束

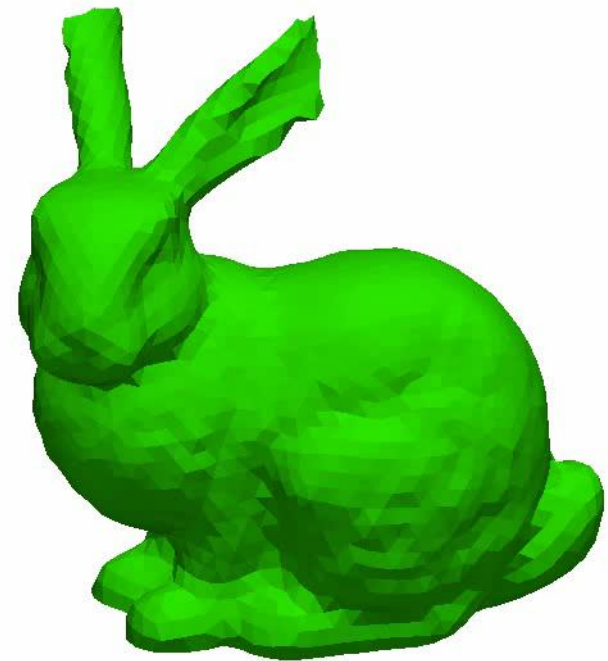
初速度

- 足を完全拘束したウサギ
- 両耳にそれぞれ一様な初速度を与える
- 材料はNeo-Hookean超弾性体

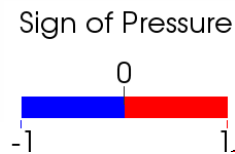
変形の様子 圧力の符号



ABAQUS C3D4
四面体1次要素

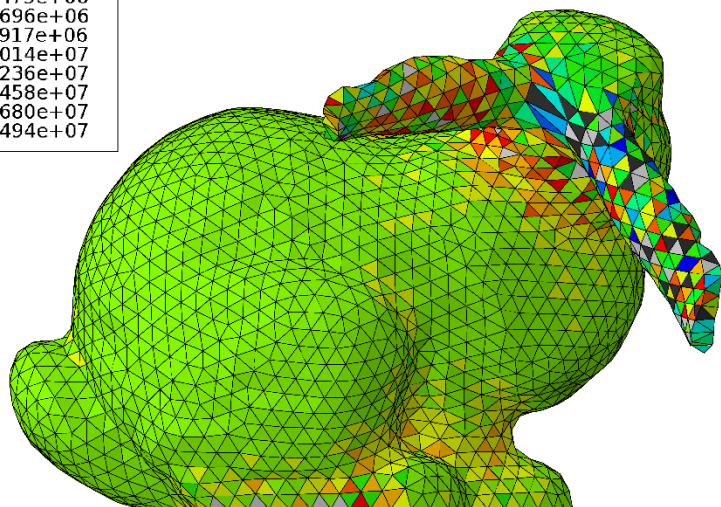
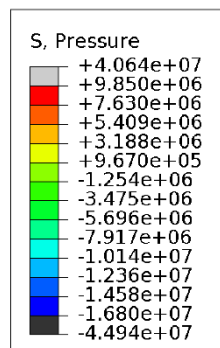


F-barES-FEM(1)
提案手法

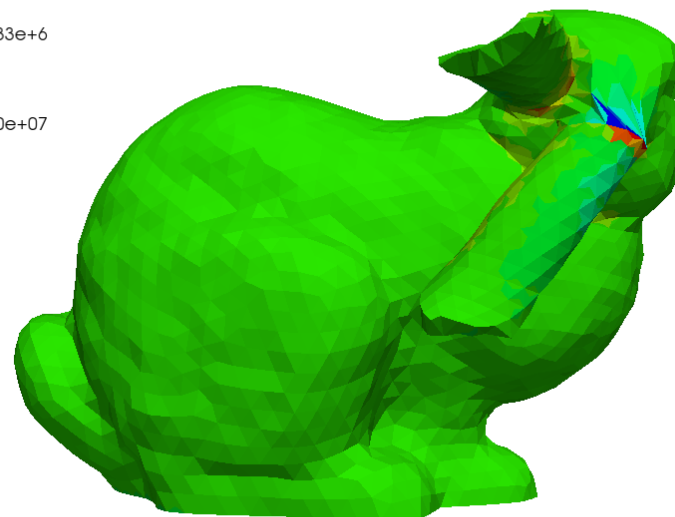
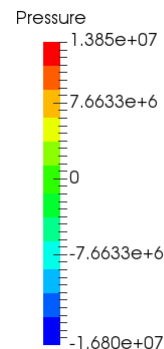


- 提案手法は圧力波の影響で、まだらではあるがチェッカーボードではない
- ABAQUS C3D4は完全にチェッカーボードを示している

同時刻の圧力分布



ABAQUS C3D4
四面体1次要素



F-barES-FEM(1)
提案手法

- ABAQUS C3D4は、鉄にまで圧力振動が伝播している
- 提案手法は接合部を除き滑らかに圧力が分布している

まとめ

- 任意形状のゴム材料の動的問題にも適用可能な平滑化有限要素法F-barES-FEM-T4を提案した
- 提案手法は、微圧縮性材料の動解析およびモード解析において十分な精度での解が得られた
- 今後は接触も考慮した問題への拡張をすすめていく